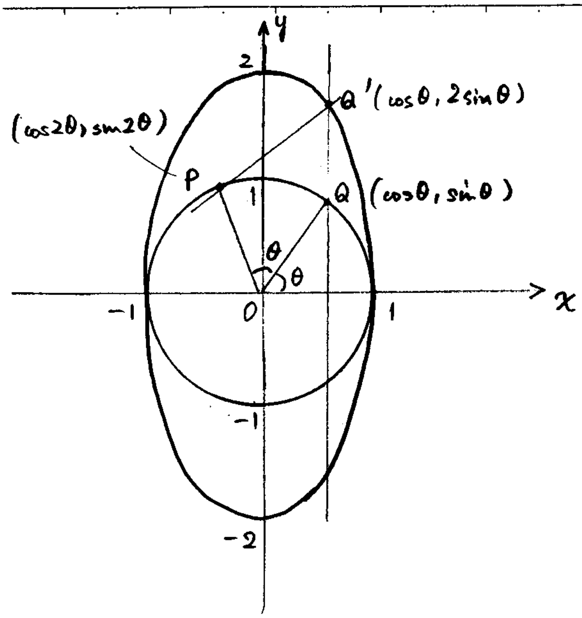
No

Date



OQ が x 軸と正の向きをなす角を θ とすると $(0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$

Q は $(\cos\theta,\ \sin\theta)$

P は $(\cos 2\theta,\ \sin 2\theta)$ である.

Q′ の x 座標は $\cos\theta$ より　Q′ $(\cos\theta,\ y)$ とすると

$$\cos^2\theta + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$\frac{y^2}{4} = 1 - \cos^2\theta$$

$$\frac{y}{2} = \pm\sqrt{1-\cos^2\theta}$$

$$\frac{y}{2} = \pm|\sin\theta|$$

Q′ は x に関して Q と同じ向きにあるから

$$y = 2\sin\theta$$

よって Q′ は $(\cos\theta,\ 2\sin\theta)$ である。

ゆえに $\boxed{PQ'^2} = (\cos 2\theta - \cos\theta)^2 + (\sin 2\theta - 2\sin\theta)^2$

$= \cos^2 2\theta - 2\cos 2\theta\cos\theta + \cos^2\theta + \sin^2 2\theta - 4\sin 2\theta\sin\theta + 4\sin^2\theta$

$[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) = -2\sin\alpha\sin\beta]$

$= 1 - 2\cos(2\theta - \theta) + 1 \underline{- 2\sin 2\theta\sin\theta} + 3\sin^2\theta$

$= 2 - 2\cos\theta + (\underline{\cos 3\theta - \cos\theta}) + 3(1 - \cos^2\theta)$

$= 5 - 3\cos\theta - 3\cos^2\theta + \cos 3\theta$

$= 5 - 3\cos\theta - 3\cos^2\theta + (4\cos^3\theta - 3\cos\theta)$

$= \boxed{4\cos^3\theta - 3\cos^2\theta - 6\cos\theta + 5}$

ここで $f(t) = 4t^3 - 3t^2 - 6t + 5$ とすると $-1 \leqq t \leqq 1$ であり.

$f'(t) = 12t^2 - 6t - 6 = 6(t-1)(2t+1)$

t	-1		$-\frac{1}{2}$		1
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0
$f(t)$		↗	最大	↘	

よって $t = -\frac{1}{2}$ で $f(t)$ ($= PQ'^2$) は最大で

$f(-\frac{1}{2}) = 4 \times (-\frac{1}{8}) - 3 \times \frac{1}{4} - 6 \times (-\frac{1}{2}) + 5 = \frac{27}{4}$

ゆえに $\boxed{PQ' \text{ の最大値は } \frac{3\sqrt{3}}{2}}$ である。$\left(\text{Q が } (-\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ のとき}\right)$