

曲線 $y = e^{-x} \sin x$ と x 軸および 2 直線 $x = (k-1)\pi$, $x = k\pi$ で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を V_k とする。ただし、 k は自然数、 π は円周率とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ における曲線 y の最大値および最小値を求めよ。

(2) 関係式 $\int e^{-2x} \cos 2x \, dx = \frac{1}{4} e^{-2x} (\sin 2x - \cos 2x) + C$ (C は定数) を利用し

て、 V_k を k をもちいて表せ。

(3) $\frac{V_{k+1}}{V_k}$ を求めよ。

(4) $\sum_{k=1}^{\infty} V_k$ を求めよ。

[98宇都宮大]