



$$\frac{1}{2} < k \leq 1$$

$$(1) \cos A = \frac{\frac{1}{4} + k^2 - 1}{2 \times \frac{1}{2} \times k} = \frac{k^2 - \frac{3}{4}}{k} = \boxed{k - \frac{3}{4k}}$$

$$f(k) = k - \frac{3}{4k} \text{ とおくと}$$

$$f'(k) = 1 + \frac{3}{4} \times \frac{1}{k^2} > 0 \text{ より } f(k) \text{ は単調増加}$$

よって $k=1$ で $\cos A$ は最大で

$$\cos A = 1 - \frac{3}{4} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

$$(2) \cos B = \frac{\frac{1}{4} + 1 - k^2}{2 \times \frac{1}{2} \times 1} = \frac{5}{4} - k^2 \text{ である}$$

$$B \geq 60^\circ \iff \cos B \leq \frac{1}{2} \text{ より}$$

$$\frac{5}{4} - k^2 \leq \frac{1}{2} \text{ から}$$

$$5 - 4k^2 \leq 2$$

$$-4k^2 + 3 \leq 0$$

$$4k^2 - 3 \geq 0$$

$$k \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \leq k$$

$$\frac{1}{2} < k \leq 1 \text{ より } \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2} \leq k \leq 1}$$

$$\begin{aligned} (3) \cos C &= \frac{1^2 + k^2 - \frac{1}{4}}{2 \times 1 \times k} \\ &= \frac{k^2 + \frac{3}{4}}{2k} \quad k > 0, \frac{3}{4}k > 0 \text{ より} \\ &= \frac{1}{2} \left(k + \frac{3}{4k} \right) \\ &\geq \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}} \end{aligned}$$

等号は $k = \frac{3}{4k}$ のときで

$$k = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ で適}$$

$$\therefore \text{このとき } \cos C = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ より } \boxed{C = 30^\circ}$$

$$\cos B = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \text{ より } \boxed{B = 60^\circ}$$

$$\therefore \boxed{A = 90^\circ}$$