

$z = x + iy$ のとき

$$z^2 = (x + iy)^2 = (x^2 - y^2) + i(2xy)$$

また $z^2 = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ とおくと

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = r \cos \theta \\ 2xy = r \sin \theta \end{cases} \quad \text{である.}$$

$$\text{また,} \quad r = |z^2| = |z|^2 = x^2 + y^2 \quad (\text{よ})$$

これを $r = 2(1 + \cos \theta)$ に代入すると

$$x^2 + y^2 = 2 + 2 \times \frac{x^2 - y^2}{r}$$

$$x^2 + y^2 = 2 + 2 \times \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$(x^2 + y^2)^2 = 2(x^2 + y^2) + 2(x^2 - y^2)$$

$$(x^2 + y^2)^2 = 4x^2$$

$$x \geq 0 \text{ よう} \quad x^2 + y^2 = 2x$$

$$\text{よって} \quad \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 1$$

$$\text{よって,} \quad \cos \theta = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} = \frac{x^2 - (2x - x^2)}{2x} = \frac{2x^2 - 2x}{2x} = x - 1$$

$$\text{よって} \quad x \geq 0 \text{ よう} \quad x - 1 \geq -1 \text{ であるから}$$

$\cos \theta$ の値は $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ となるので

$$z^2 \text{ は } \boxed{\text{円 } (x-1)^2 + y^2 = 1 \text{ 上のすべての部分を含む}}$$