

$$(1) \quad \frac{1}{1} \left| \frac{1}{2}, \frac{2}{2} \right| \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3} \left| \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4} \right|, \dots \left| \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n} \right|$$

$\textcircled{1\text{群}}$
1コ

$\textcircled{2\text{群}}$
2コ

$\textcircled{3\text{群}}$
3コ

$\textcircled{4\text{群}}$
4コ

$\textcircled{n\text{群}}$
nコ

第99群までには $1+2+3+\dots+99 = \frac{99(99+1)}{2} = \frac{99 \times 100}{2} = 99 \times 50 = 4950$ より

4950個ある

$\frac{99}{100}$ は 第100群の99番目に初めて現れるから

$$4950 + 99 = 5049 \text{ より}$$

5049項

(2) 2005項が第n群にあるとすると

$$1+2+3+\dots+(n-1) < 2005 \leq 1+2+3+\dots+n \text{ より}$$

$$\frac{(n-1) \times n}{2} < 2005 \leq \frac{n(n+1)}{2} \text{ だから}$$

$$n(n-1) < 4010 \leq n(n+1) \quad \text{--- ① である}$$

$n=63$ のとき $n(n-1) = 63 \times 62 = 3906$

$n(n+1) = 63 \times 64 = 4032$ で ① をみたす

よって 2005項は 第63群にあり

62群までの個数は $1+2+3+\dots+62 = \frac{62(62+1)}{2} = 31 \times 63 = 1953$ であるから

$$2005 - 1953 = 52 \text{ より}$$

2005項目は 第63群の52番目となるので

その値は $\frac{52}{63}$ である