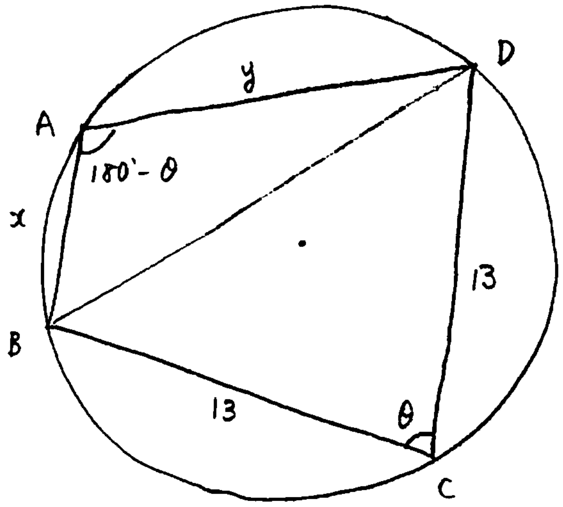

$AB=x$, $DA=y$, $\angle BCD=\theta$ とおくと

$x+y+13+13=44$ より

$x+y=44-26=18$ —①

また 余弦定理より

$BD^2=13^2+13^2-2\times13\times13\times\cos\theta$ だから

$BD^2=169+169-2\times169\cos\theta$

$BD^2=338-338\cos\theta$ —②

同様に $\angle BAD=180°-\theta$ より

$BD^2=x^2+y^2-2xy\cos(180°-\theta)$ だから

$BD^2=x^2+y^2+2xy\cos\theta$ —③

また、正弦定理より $2\times\dfrac{65}{8}=\dfrac{BD}{\sin\theta}$ から

$\dfrac{65}{4}\sin\theta=BD$ —④

④を②に代入して $\dfrac{65^2}{16}\sin^2\theta=338-338\cos\theta$

$\dfrac{5^2\times\cancel{13^2}}{16}(1-\cos^2\theta)=2\times\cancel{13^2}(1-\cos\theta)$

$25(1-\cos^2\theta)=32(1-\cos\theta)$

$25(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)-32(1-\cos\theta)=0$

$(1-\cos\theta)\{25(1+\cos\theta)-32\}=0$

$(1-\cos\theta)(25+25\cos\theta-32)=0$

$(1-\cos\theta)(25\cos\theta-7)=0$

$\cos\theta\neq1$ より $\boxed{\cos\theta=\dfrac{7}{25}}$ —⑤

これを④に代入して $\dfrac{65}{4}\times\sqrt{1-\left(\dfrac{7}{25}\right)^2}=BD$ より

$\boxed{BD}=\dfrac{65}{4}\sqrt{\dfrac{25^2-7^2}{25^2}}$

$=\dfrac{\cancel{5}\times13}{4}\times\dfrac{\sqrt{(25+7)(25-7)}}{\cancel{25}_5}$

$=\dfrac{13}{4\cdot5}\times\sqrt{32\cdot18}$

$=\dfrac{13}{4\cdot5}\times\sqrt{16\times2\times9\times2}$

$=\dfrac{13}{\cancel{4}\cdot5}\cdot\cancel{4}\cdot2\cdot3=\boxed{\dfrac{78}{5}}$ —⑥

⑤⑥を ③ に代入すると

$$\frac{78^2}{25} = (x+y)^2 - 2xy + 2xy \times \frac{7}{25}$$ で ①より

$$\frac{78^2}{25} = 18^2 - 2xy + 2xy \times \frac{7}{25}$$

$$78^2 = 5^2 \cdot 18^2 - 2 \times 25\, xy + 14xy$$

$$50xy - 14xy = 90^2 - 78^2$$

$$36xy = (90+78)(90-78)$$

$$36xy = 168 \times 12$$

$$xy = \frac{\overset{56}{\cancel{168}} \times \overset{1}{\cancel{12}}}{\underset{3 \quad 1}{\cancel{36}}} = 56 \quad \text{—⑦}$$

よって　$x+y=18$，$xy=56$ より

x, y は　$t^2 - 18t + 56 = 0$ の解だから

$$(t-4)(t-14) = 0$$

$$t = 4, 14.$$

ゆえに　$(x, y) = (4, 14), (14, 4)$ より

$$\boxed{\begin{cases} AB = 4 \\ DA = 14 \end{cases} \text{ または } \begin{cases} AB = 14 \\ DA = 4 \end{cases}}$$