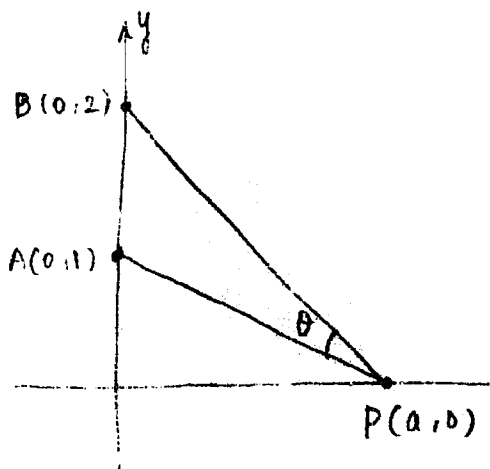




(1) 余弦定理より

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{(a^2+1) + (a^2+4) - 1}{2\sqrt{a^2+1}\sqrt{a^2+4}} \\ &= \frac{2a^2+4}{2\sqrt{(a^2+1)(a^2+4)}} \\ &= \boxed{\frac{a^2+2}{\sqrt{(a^2+1)(a^2+4)}}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \cos^2 \theta &= \frac{(a^2+2)^2}{(a^2+1)(a^2+4)} \\ &= \frac{a^4+4a^2+4}{a^4+5a^2+4} \\ &= \frac{(a^4+5a^2+4) - a^2}{a^4+5a^2+4} \\ &= 1 - \frac{a^2}{a^4+5a^2+4}\end{aligned}$$

$$= 1 - \frac{1}{a^2+5+\frac{4}{a^2}}$$

($a > 0$ より)

$$\leq 1 - \frac{1}{5+2\sqrt{a^2 \times \frac{4}{a^2}}}$$

($a^2, \frac{4}{a^2}$ と共に正より)

$$= 1 - \frac{1}{5+4}$$

$$= 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

よって $\cos \theta$ の最大値は $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ であり このとき $a^2 = \frac{4}{a^2}$ より

$$a^4 - 4 = 0$$

$$(a^2-2)(a^2+2) = 0$$

$$a > 0 \text{ より } \boxed{a = \sqrt{2}}$$