

(1) $P(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割った余りは $px+q$ とおけるから

$$P(x) = (x-1)(x-2) \times Q_1(x) + (px+q) \quad \text{とでき}$$

$$P(1) = 6 \text{ より} \quad P(1) = p+q = 6 \quad \text{--- ①}$$

$$P(2) = 8 \text{ より} \quad P(2) = 2p+q = 8 \quad \text{--- ②} \quad \text{かへりたつ}$$

$$\text{①-②より} \quad -p = -2$$

$$\text{よって } p = 2 \text{ より ①から } q = 4$$

$$\text{ゆえに 求める余りは } \boxed{2}x + \boxed{4}$$

(2) $P(x) = 2x^3 - ax^2 - bx - c$ において

$$P(1) = 6 \text{ より} \quad P(1) = 2 - a - b - c = 6 \quad \text{--- ③}$$

$$P(2) = 8 \text{ より} \quad P(2) = 16 - 4a - 2b - c = 8 \quad \text{--- ④}$$

$$\text{③-④より} \quad -14 + 3a + b = -2 \quad \text{から}$$

$$b = -\boxed{3}a + \boxed{12}$$

これを③に代入して

$$2 - a + 3a - 12 - c = 6 \text{ より}$$

$$c = \boxed{2}a - \boxed{16}$$

解答記号	正解	配点
ア	24	2
イ	312	2
カ	216	2
ク	1	1
コ	2210	3
セ	614	3
ケ	10	3
テ	2	2
ト	1	2
		20点

(3) $Q(x) = P(x) - 6$ とおくと (2)より

$$Q(x) = 2x^3 - ax^2 + (3a-12)x - 2a+16-6$$

$$= (x-\boxed{1}) \{ 2x^2 - (a-\boxed{2})x + (\boxed{2}a - \boxed{10}) \} \quad \text{と}$$

$Q(x) = 0$ の虚数解をもつとき

$$2x^2 - (a-2)x + (2a-10) = 0 \quad \text{が 虚数解をもつので}$$

$$\text{判別式条件より} \quad \{-(a-2)\}^2 - 4 \times 2 \times (2a-10) < 0 \quad \text{から}$$

$$a^2 - 4a + 4 - 16a + 80 < 0$$

$$a^2 - 20a + 84 < 0$$

$$(a-14)(a-6) < 0$$

$$\text{よって } \boxed{6} < a < \boxed{14} \quad \text{--- ⑤}$$

$$\text{そのときの虚数解は } x = \frac{a-2 \pm \sqrt{(a-2)^2 - 8(2a-10)}}{4} \quad \text{であって}$$

この実部が整数となるのは $a-2$ が 4 の倍数のときで ⑤より $4 < a-2 < 12$ から

$$a-2 = 8 \quad \text{よって } a = \boxed{10} \quad \text{で } x = \frac{8 \pm \sqrt{(10-2)^2 - 8(20-10)}}{4} = \frac{8 \pm 4i}{4} = 2 \pm i$$

ゆえに実部は $\boxed{2}$, 虚部は $\pm \boxed{1}$ とある