

$$\begin{array}{ccccccc}
 a_1 & a_2 & a_3 & & a_6 & a_7 & & & a_{14} & a_{15} & & & a_{2^{m+1}-2} \\
 \parallel & \parallel & \parallel & & \parallel & \parallel & & & \parallel & \parallel & & & \parallel \\
 (1) & 1, 3 & | & 5, 7, 9, 11, & | & 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, & | & 29, \dots & | & \dots & \dots & \dots & 2^{m+2}-5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 \textcircled{1\text{群}} & \textcircled{2\text{群}} & & \textcircled{3\text{群}} & & \textcircled{(m-1)\text{群}} & \textcircled{m\text{群}} \\
 2^1 & 2^2 & & 2^3 & & 2^{m-1} & 2^m
 \end{array}$$

第 m 群までの個数は $2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^m = \frac{2(2^m - 1)}{2 - 1} = 2^{m+1} - 2$ だから

第 m 群の最後の項は $a_n = 2n - 1$ に代入して

$$\begin{aligned}
 a_{(2^{m+1}-2)} &= 2(2^{m+1}-2) - 1 \\
 &= \boxed{2^{m+2}-5}
 \end{aligned}$$

(2) (1) を利用すると 第 $(m-1)$ 群の最後の項は

$$\begin{aligned}
 a_{(2^m-2)} &= 2(2^m-2) - 1 \\
 &= 2^{m+1} - 5 \quad \text{であるから}
 \end{aligned}$$

第 m 群の最初の項は $(2^{m+1}-5)+2 = \boxed{2^{m+1}-3}$ である

よって m 群は初項 $2^{m+1}-3$, 末項 $2^{m+2}-5$, 項数 2^m の等差数列

となるから, その総和は

$$\begin{aligned}
 &\frac{2^m \{ (2^{m+1}-3) + (2^{m+2}-5) \}}{2} \\
 &= 2^{m-1} (2^{m+1} + 2 \cdot 2^{m+1} - 8) \\
 &= 2^{m-1} (3 \cdot 2^{m+1} - 2^3) = 3 \cdot 2^{(m-1)+(m+1)} - 2^{m+2} \\
 &= 3 \cdot 2^{2m} - 2^{m+2} = \boxed{3 \cdot 4^m - 2^{m+2}}
 \end{aligned}$$

(3) 2003 が第 m 群にあるとすると

$$2^{m+1} - 5 < 2003 \leq 2^{m+2} - 5 \quad \text{より}$$

$$2^{m+1} < 2008 \leq 2^{m+2} \quad \text{である。}$$

$$\begin{array}{l}
 2^{10} = 1024 \\
 2^{11} = 2048
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2^{10} = 1024 \\ 2^{11} = 2048 \end{array}} \right\} \text{より}$$

$$m+1 = 10 \text{ から } m = 9$$

$$\text{よって 第 } 8 \text{ 群の最後の項は } 2^{8+2}-5 = 1024-5 = 1019$$

よって 第 9 群の p 番目に 2003 があるとすると 第 9 群は初項 1021, 公差 2 の等差数列より

$$1021 + 2(p-1) = 2003 \quad \text{から}$$

$$2p = 984 \quad \text{よって } p = 492$$

ゆえに

$$\boxed{k=9, p=492} \text{ となる}$$