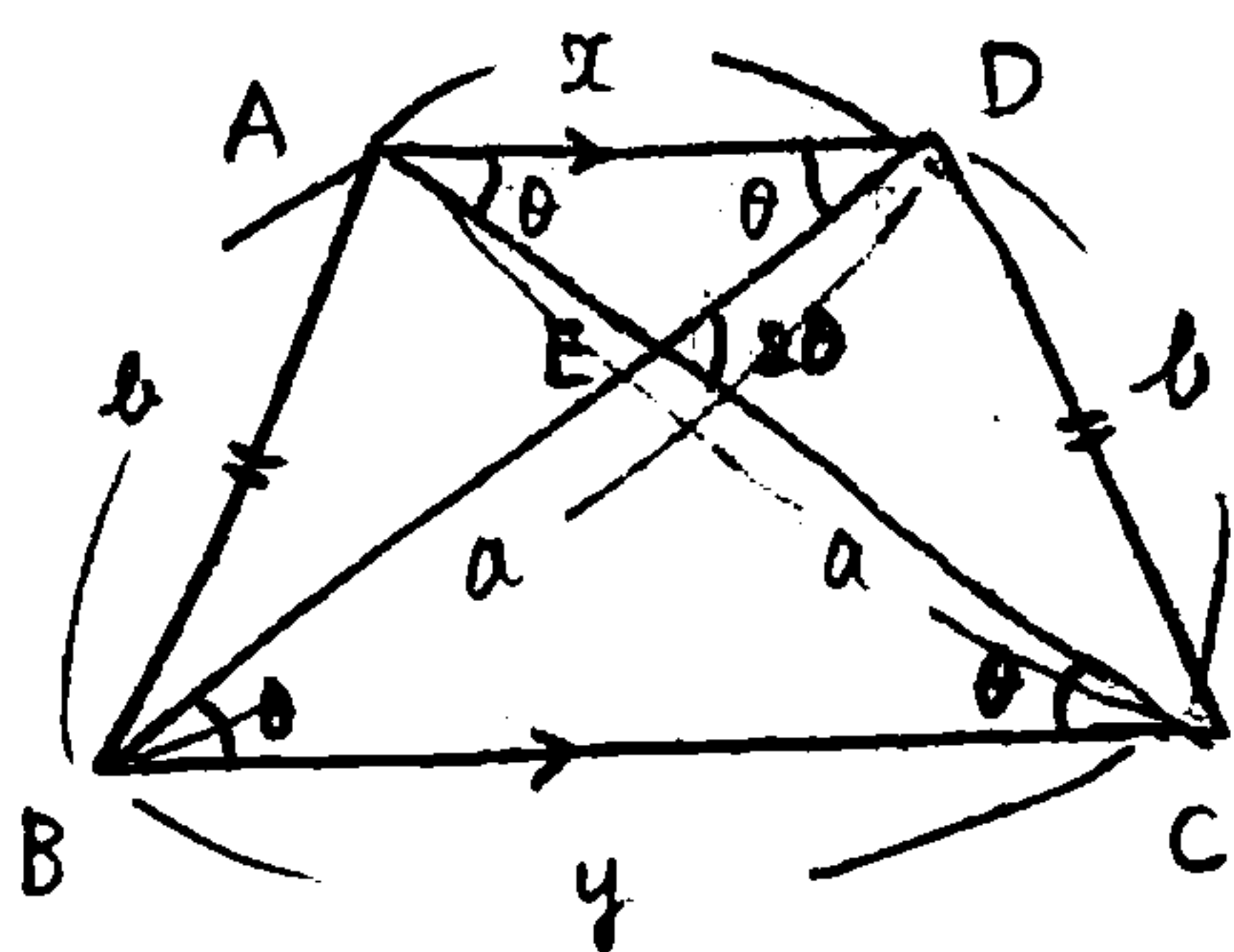




(1) 四角形は  
左のような台形になる.

$$AB = DC = b \text{ とおく}$$

$\triangle ABD$  と  $\triangle DBC$  で余弦定理より

$$\cos \theta = \frac{a^2 + x^2 - b^2}{2ax} = \frac{a^2 + y^2 - b^2}{2ay} \quad \text{より}$$

$$y(a^2 + x^2 - b^2) = x(a^2 + y^2 - b^2)$$

$$ya^2 + yx^2 - yb^2 = xa^2 + xy^2 - xb^2$$

$$(x - y)b^2 = (x - y)a^2 - xy(x - y)$$

$x \neq y$  のとき

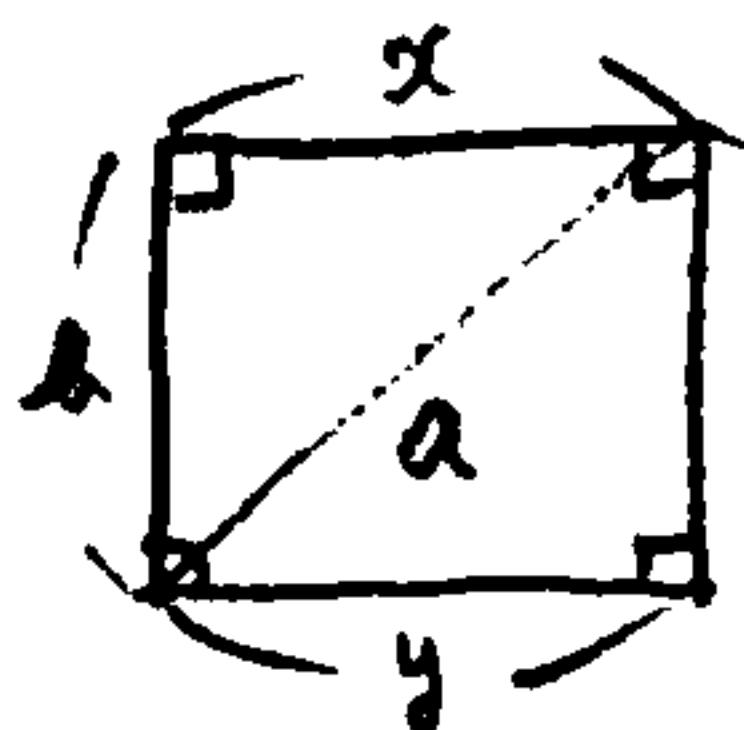
$$b^2 = a^2 - xy \quad \text{で } b \text{ は正より}$$

$$b = \sqrt{a^2 - xy} \quad \text{--- ①}$$

$x = y$  のとき

四角形は長方形になるので

$$b = \sqrt{a^2 - x^2} \quad \text{で ① をみたす.}$$



よって

$$b = \sqrt{a^2 - xy}$$

(2) AC と BD の交点を E とすると  $\angle DEC = 2\theta$  より

$$S = \frac{1}{2} a \times a \sin 2\theta = \frac{1}{2} a^2 \sin 2\theta \quad a^2 \sin 2\theta$$

(3)  $0 \leq \sin 2\theta \leq 1$  より  $\sin 2\theta = 1$  のとき S は最大で

$$2\theta = 90^\circ \text{ より } \theta = 45^\circ \text{ のとき S は最大となる.}$$

$$\text{このとき } S = \frac{1}{2} a^2 \sin 90^\circ = \frac{1}{2} a^2 \text{ となる}$$