

極方程式 $r = a \cos \theta \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$ で与えられる曲線を C_1 とする。ただし、 a は正の定数である。

(1) 曲線 C_1 上の点 P と極 O を結ぶ直線 OP の点 P の側の延長上に $PQ = a$ となるように点 Q をとる。点 P が C_1 上を動くときの点 Q の軌跡 C_2 の極方程式を求めよ。

(2) (1) で求めた曲線 C_2 上の点 $Q(r_0, \theta_0)$ を通り、点 Q と極 O を結ぶ直線に垂直な直線を l とする。直線 l の直交座標 (x, y) に関する方程式を求めよ。

(3) (2) で求めた直線 l は、点 Q に関係なく常に点 $(a, 0)$ を中心とし半径が a の円に接することを証明せよ。

[’08 鹿児島大]