

xy 平面の曲線 $C: x = \frac{\cos t}{1 - \sin t}, y = \frac{\sin t}{1 - \cos t} \left(0 < t < \frac{\pi}{2} \right)$ について

(1) 曲線 C 上の $t = \theta$ に対応する点 $P \left(\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}, \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \right)$ における C の接線 l の方程式を求めよ。

(2) $\alpha = \sin \theta + \cos \theta$ とおく。点 $P \left(\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}, \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \right)$ における曲線 C の接線 l と x 軸、 y 軸で囲まれた三角形の面積 S を α の式で表せ。

(3) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、(2) で求めた面積 S の値の範囲を求めよ。 [08岡山大]