

次の問いに答えよ。

(1) $0 < x < 1$ のとき $-\frac{1}{e} \leq x \log x < 0$ が成り立つことを示せ。

(2) $0 < x < 1$ のとき $-\frac{2}{e} \sqrt{x} \leq x \log x < 0$ が成り立つことを示し $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x$ を求めよ。

(3) $y = x \log x$ のグラフを $\alpha \leq x \leq 1$ の範囲で x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。ただし $0 < \alpha < 1$ とする。

(4) 上で求めた体積を $V(\alpha)$ とし、 $\lim_{\alpha \rightarrow +0} V(\alpha)$ を求めよ。 [’08お茶の水女子大]