(1) $\sin A + \cos A = 1$ より

$\sqrt{2}\sin(A+45^\circ) = 1$ から $\sin(A+45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ここで $0^\circ < A < 180^\circ$ より $45^\circ < A+45^\circ < 225^\circ$ だから

$A+45^\circ = 135^\circ$ より

$A = 90^\circ$. ゆえに $\boxed{A = 90^\circ \text{の直角三角形}}$ となる

(2) $a\sin A = b\sin B$ より 外接円の半径を R とすると.

$a \times \frac{a}{2R} = b \times \frac{b}{2R}$ よって $a^2 = b^2$ より $a = b$.

ゆえに $\boxed{a = b \text{の二等辺三角形となる}}$

(3) $2\cos B\sin C = \sin A$ より

$\cancel{2} \times \frac{c^2+a^2-b^2}{\cancel{2}ca} \times \frac{c}{\cancel{2R}} = \frac{a}{\cancel{2R}}$ だから

$c^2 + \cancel{a^2} - b^2 = \cancel{a^2}$

$c^2 = b^2$ よって $c = b$ だから $\boxed{b = c \text{ の二等辺三角形となる}}$