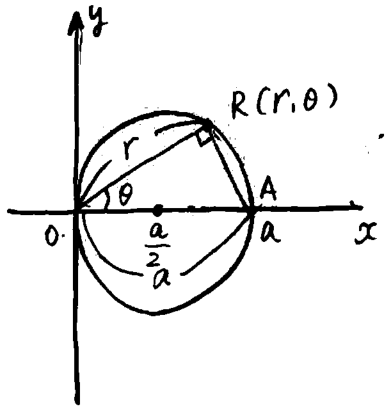
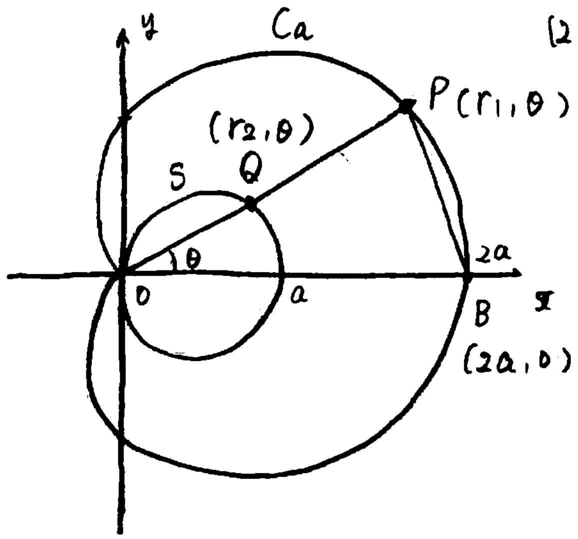



(1) A$(a, 0)$ とすると OA を直径とする円が S だから

S上の点を R$(r, \theta)$ とすると

$\boxed{r = a\cos\theta}$ をみたす




(2) P$(r_1, \theta)$, Q$(r_2, \theta)$ とおけて

$$\begin{cases} r_1 = a(1+\cos\theta) \\ r_2 = a\cos\theta \end{cases}$$ をみたす

よって $PQ = r_1 - r_2$

$= a(1+\cos\theta) - a\cos\theta$

$= \boxed{a \ (一定) となる}$

(3) B$(2a, 0)$ とすると △OBP で余弦定理より

$BP^2 = (2a)^2 + (r_1)^2 - 2\times 2a r_1 \cos\theta$ であり $r_1 = a(1+\cos\theta)$ より

$BP^2 = 4a^2 + a^2(1+\cos\theta)^2 - 4a^2(1+\cos\theta)\cos\theta$

$= a^2\{4 + (1+\cos\theta)^2 - 4(1+\cos\theta)\cos\theta\}$

$= a^2(-3\cos^2\theta - 2\cos\theta + 5)$

$= a^2\left\{-3\left(\cos\theta + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{16}{3}\right\}$

ここで $-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ より $\cos\theta = -\frac{1}{3}$ で

$BP^2$は最大値をとり、その値は $\frac{16}{3}a^2$

よって BPの最大値は $\sqrt{\frac{16a^2}{3}} = \boxed{\frac{4\sqrt{3}a}{3}}$ となる