

$$(1) \quad P(x) = (5ax^2 - bx + c)(-x+2) + (2x-4) \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} P(x) &= -(5ax^2 - bx + c)(x-2) + 2(x-2) \\ &= (x-2) \{ -(5ax^2 - bx + c) + 2 \} \quad \text{だから} \end{aligned}$$

$$P(2) = 0 \text{ より } P(x) \text{ は } x - \boxed{2} \text{ で割りきれ}.$$

$$\text{その商は } \boxed{-5a}x^2 + \boxed{b}x - \boxed{c} + \boxed{2} \quad \text{である}$$

イウエ オ カ キ

$$\begin{aligned} \text{また } P(x) &= (x-2)(-5ax^2 + bx - c + 2) \\ &= (5x-2)(x-1)(-ax+d) + 4x \quad \text{とおける} \\ &\quad \text{L①} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{①に } x=2 \text{ を代入すると } \quad 0 &= 8 \times 1 \times (-2a+d) + 8 \quad \text{より} \\ 0 &= -2a+d+1 \end{aligned}$$

$$\text{よって } d = 2a - 1 \quad \text{--- ②}$$

$$\begin{aligned} \text{①に } x=1 \text{ を代入すると } \quad -1 \times (-5a+b-c+2) &= 4 \quad \text{より} \\ 5a-b+c &= 6 \quad \text{--- ③} \end{aligned}$$

$$\text{①に } x = \frac{2}{5} \text{ を代入すると } -\frac{8}{5} \times (-5a \times \frac{4}{25} + b \times \frac{2}{5} - c + 2) = 4 \times \frac{2}{5} \quad \text{より}$$

$$\frac{4}{5}a - \frac{2}{5}b + c = 3 \quad \text{--- ④}$$

$$\text{③-④より} \quad \frac{21}{5}a - \frac{3}{5}b = 3 \quad \text{より}$$

$$7a - b = 5 \quad \text{よって } b = \boxed{7}a - \boxed{5}$$

$$\text{これを ③に代入して } 5a - 7a + 5 + c = 6 \quad \text{より}$$

$$c = \boxed{2}a + \boxed{1}$$

コ サ

$$\begin{aligned} (2) \quad P(x) &= (x-2)\{-5ax^2 + (7a-5)x - 2a+1\} \\ &= -(x-2)\{5ax^2 - (7a-5)x + (2a-1)\} \quad \text{と表さるのて"} \end{aligned}$$

$$P(x) = 0 \text{ の解は } 2, \alpha, \beta \quad \text{とおけて、解と係数の関係より}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta = \frac{7a-5}{5} \\ \alpha\beta = \frac{2a-1}{5} \end{array} \right. \quad \text{となる}$$

よって 3つの解の逆数の和は

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} &= \frac{1}{2} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{\frac{7a-5}{5}}{\frac{2a-1}{5}} \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{7a-5}{2a-1} \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{\frac{7}{2}(2a-1) + \frac{7}{2} - 5}{2a-1} \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{7}{2} + \frac{-\frac{3}{2}}{2a-1} \\
 &= 4 - \frac{\boxed{3}}{\boxed{4a-2}} \quad \text{である}
 \end{aligned}$$

解答記号	正解	配点
ア	2	2
イウエカキ	-5a6C2	3
クケ	75	3
コサ	21	3
シスセ	342	3
ソダ	52	2
チ	1	2
ツ	2	2

20点

(3) $\frac{1}{1+ki} = \frac{1-ki}{1+k^2}$ となるから、

2以外のもうひとつの解は $\frac{1+ki}{1+k^2}$ より その逆数は

$$\frac{1+k^2}{1+ki} = \frac{(1+k^2)(1-ki)}{1+k^2} = 1-ki \quad \text{である.}$$

よって $\frac{1}{2} + (1+ki) + (1-ki) = 4 - \frac{3}{4a-2}$ より

$$\frac{1}{2} + 2 = 4 - \frac{3}{4a-2}$$

$$\frac{3}{4a-2} = 4 - 2 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4a-2} = \frac{3}{2}$$

ゆえに $4a-2=2$ より

$$4a=4 \quad \text{から} \quad a=\boxed{1}$$

このとき 3つの解の逆数の和は $\frac{1}{2} + 2 = \frac{\boxed{5}}{\boxed{2}}$ ヲ

よって $P(x) = -(x-2)(5x^2-2x+1)$ より

$5x^2-2x+1=0$ の解は $x = \frac{1 \pm 2i}{5}$ となるから

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{1+4} = 1-2i \quad \text{より} \quad \text{その値は} \quad \boxed{2} \quad \text{となる.}$$