

(1) 0を当たり xをはずれとすると

$$00XXXX \text{ の順列は } \frac{5!}{2!3!} = 10 \text{ 通り}$$

$$\text{求める確率は } 10 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 \left(\frac{3}{5}\right)^3$$

$$= 2 \times \frac{2^2 \times 3^3}{5^4} = \frac{8 \times 27}{625} = \frac{216}{625}$$

(2) $\overbrace{00XX \cdots X, 0}^{n \text{ 回}}$
 $n-1$ 回 0
 2 回 0
 $n-3$ 回 x

$n-1$ 回目までに 2 回 0, $n-3$ 回 x とする

n 回目に 0 とすればよいから

$$P_n = \frac{(n-1)!}{2! (n-3)!} \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 \left(\frac{3}{5}\right)^{n-3} \text{ 通り}$$

$$P_n = \frac{(n-1)(n-2)}{2} \times \frac{2^2 \cdot 3^{n-3}}{5^n}$$

よって $\boxed{P_n = (n-1)(n-2) \times 2^2 \cdot \frac{3^{n-3}}{5^n}}$ とする

(3) $\frac{P_{n+1}}{P_n} = \frac{n \cancel{(n-1)} \cdot \cancel{4} \cdot \frac{3^{n-2}}{5^{n+1}}}{(\cancel{n-1})(n-2) \cdot \cancel{4} \cdot \frac{3^{n-3}}{5^n}} = \frac{n}{n-2} \times \frac{3}{5} \text{ 通り}$

$$\frac{P_{n+1}}{P_n} > 1 \text{ と } < 1 \text{ と } \frac{3n}{5(n-2)} > 1 \text{ 通り}$$

$$n \geq 3 \text{ だから } 3n > 5(n-2)$$

$$2n < 10$$

$$n < 5$$

また $\frac{P_{n+1}}{P_n} < 1 \text{ と } < 1 \text{ と } \frac{3n}{5(n-2)} < 1 \text{ 通り}$ $3n < 5(n-2) \text{ から}$
 $n > 5$

$$\frac{P_{n+1}}{P_n} = 1 \text{ と } < 1 \text{ と } n=5$$

これから $\left\{ \begin{array}{ll} P_{n+1} > P_n & (n < 5) \\ P_{n+1} = P_n & (n = 5) \\ P_{n+1} < P_n & (n > 5) \end{array} \right. \text{ とするから}$

$$P_3 < P_4 < P_5 = P_6 > P_7 > P_8 > \cdots \text{ とする}$$

ゆえに P_n が最大となる n は $\boxed{n=5, 6}$ である