

n を自然数、 p を $0 < p < 1$ をみたす実数とする。

$a_k = {}_n C_k p^k (1-p)^{n-k}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n$) とおく。ただし、 ${}_n C_k$ は二項係数を表す。

さらに $r_k = \frac{a_{k+1}}{a_k}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n-1$) とおく。次の問いに答えよ。

(1) $r_k = \frac{(n-k)p}{(k+1)(1-p)}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n-1$) となることを示せ。

(2) $r_{k-1} > r_k$ ($k = 1, 2, 3, \dots, n-1$) が成り立つことを示せ。

(3) i を 0 以上 $n-1$ 以下の整数とする。 $r_i > 1$ のとき、 $a_k < a_{k+1}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, i$) が成り立つことを示せ。

(4) $n = 100$, $p = \frac{3}{4}$ のとき、 a_k が最大となる k を求めよ。 [09大阪市大]