

$$\begin{aligned}
 (1) \quad r_k &= \frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{n C_{k+1} p^{k+1} (1-p)^{n-(k+1)}}{n C_k p^k (1-p)^{n-k}} \\
 &= \frac{\frac{n!}{(k+1)! \{n-(k+1)\}!} \times p \times 1}{\frac{n!}{k! (n-k)!} \times 1 \times (1-p)} \\
 &= \frac{k! (n-k)! \times p}{(k+1)! \{n-(k+1)\}! \times (1-p)} \\
 &= \frac{(n-k) \times p}{(k+1) \times (1-p)}
 \end{aligned}$$

$$\text{よって } r_k = \frac{(n-k) \times p}{(k+1)(1-p)} \quad \text{はなりた}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \frac{r_{k-1}}{r_k} &= \frac{\frac{\{n-(k-1)\} \times p}{k(1-p)}}{\frac{(n-k) \times p}{(k+1)(1-p)}} \\
 &= \frac{(n-k+1)(k+1)}{(n-k)k} \\
 &= \frac{(n-k)k + (n-k) + (k+1)}{(n-k)k} \\
 &= 1 + \frac{n+1}{(n-k)k} > 1.
 \end{aligned}$$

よって $r_{k-1} > r_k \quad (k=1, 2, 3, \dots, n-1)$ はなりた。

$$(3) \quad r_i > 1 \text{ のとき} \quad \frac{a_{i+1}}{a_i} > 1 \text{ より } a_{i+1} > a_i \text{ となりたつ。}$$

また (2) より $r_0 > r_1 > r_2 > \dots > r_{i-1} > r_i > 1$ となりたつから

$a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_{i+1}$ があてなりたつので

$a_k < a_{k+1} \quad (k=0, 1, 2, \dots, i)$ となりたつ。

$$(4) \quad n=100, \quad p=\frac{3}{4} \text{ のとき}$$

$$r_k = \frac{(100-k) \times \frac{3}{4}}{(k+1)(1-\frac{3}{4})} = \frac{(100-k) \times \frac{3}{4}}{(k+1) \times \frac{1}{4}} = \frac{3(100-k)}{k+1}$$

$$\text{よって } r_i > 1 \text{ をとくと } \frac{3(100-i)}{i+1} > 1 \text{ より}$$

$$300 - 3i > i+1 \text{ から}$$

$$4i < 299$$

$$i < \frac{299}{4} = 74.75$$

ゆえに $r_0 > r_1 > r_2 > \dots > r_{74} > 1$ となりたつから

$a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_{75}$ — ① となりたつ

$$\text{また } r_i < 1 \text{ をとくと } i > \frac{299}{4} = 74.75 \text{ より}$$

$i \geq 75$ のとき $\frac{a_{i+1}}{a_i} < 1$ より $a_i > a_{i+1}$ であるから

$a_{75} > a_{76} > a_{77} > \dots > a_{100}$ — ② となりたつ。

よって a_k が最大となる k は $k=75$ である