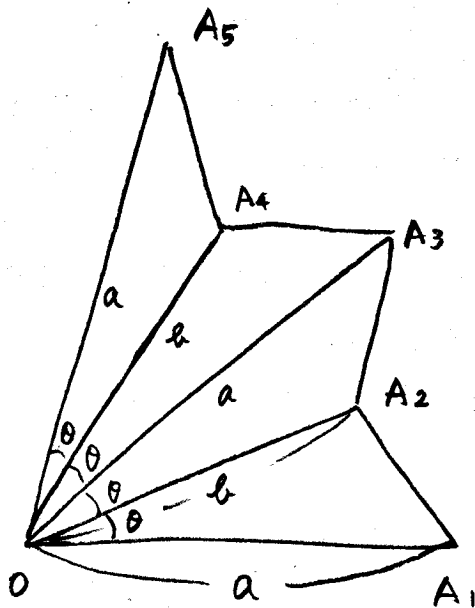




$$\left\{ \begin{array}{l} \angle A_1OA_2 = \theta \\ OA_1 = a \\ OA_2 = b \quad \text{と仮定} \end{array} \right.$$

$$OA_1 = OA_3 = OA_5 = a$$

$$OA_2 = OA_4 = b$$

$$\angle A_1OA_2 = \angle A_2OA_3 = \angle A_3OA_4 = \angle A_4OA_5 = \theta$$

となる

ここで $\triangle OA_2A_5 = k \triangle OA_1A_2$ (k は自然数) とおけるから

$$\frac{1}{2} \times b \times a \times |\sin 3\theta| = k \times \frac{1}{2} \times a \times b \sin \theta \quad \text{より}$$

$$|\sin 3\theta| - k \sin \theta = 0 \quad \text{が成り立つ。}$$

$$\text{よって } |3\sin \theta - 4\sin^3 \theta| = k \sin \theta \quad \text{である}$$

ここで θ は三角形の内角より $0 < \theta < 180^\circ$ であるから $\sin \theta > 0$ であるから

$$|\sin \theta| |3 - 4\sin^2 \theta| = k \sin \theta \quad \text{より}$$

> 0

$$\sin \theta \cdot |3 - 4\sin^2 \theta| = k \sin \theta$$

両辺 $\sin \theta$ でわると

$$|3 - 4\sin^2 \theta| = k \quad \text{となるから}$$

$$3 - 4\sin^2 \theta = \pm k \quad \text{より}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{3 \mp k}{4}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3 \mp k}}{2} \quad \text{となる。}$$

i) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3-k}}{2}$ のとき、 $3-k > 0$ より $k < 3$ から $k = 1, 2$.

$k = 1$ のとき $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ より $\theta = 45^\circ, 135^\circ$

$k = 2$ のとき $\sin \theta = \frac{1}{2}$ より $\theta = 30^\circ, 150^\circ$

ii) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3+k}}{2}$ のとき $0 < \sin \theta \leq 1$ より $0 < \frac{\sqrt{3+k}}{2} \leq 1$ から $0 < \sqrt{3+k} \leq 2$ より $k = 1$

このとき $\sin \theta = \frac{2}{2} = 1$ より $\theta = 90^\circ$

i) ii) から $\angle A_1OA_2 = 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 150^\circ$ となる