$x^2+x+1=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$

$x^2-x+1=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$ であるから

$\frac{x-a}{x^2+x+1}>\frac{x-b}{x^2-x+1}$ の両辺に $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ をかけると

$(x^2-x+1)(x-a)>(x^2+x+1)(x-b)$ がなりたつので

$x^3+(-a-1)x^2+(a+1)x-a>x^3+(-b+1)x^2+(-b+1)x-b$ より

$(a-b+2)x^2-(a+b)x+(a-b)<0$ — ① となる

ここで $\frac{1}{2}<x<1$ が解である2次不等式のひとつは

$(x-\frac{1}{2})(x-1)<0$ より

$x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}<0$ であり

両辺に $(a-b+2)$ をかけると

$$\begin{cases}(a-b+2)x^2-\frac{3}{2}(a-b+2)x+\frac{1}{2}(a-b+2)<0 & (a+b-2>0\text{のとき})\\(a-b+2)x^2-\frac{3}{2}(a-b+2)x+\frac{1}{2}(a-b+2)>0 & (a+b-2<0\text{のとき})\end{cases}\quad\text{— ②}$$

となるが

①と②が一致するのは $a-b+2>0$ のときのみである

このとき $\begin{cases}-(a+b)=-\frac{3}{2}(a-b+2) & \text{— ③}\\ a-b=\frac{1}{2}(a-b+2) & \text{— ④}\end{cases}$ がともになりたてばよいから

③より $2a+2b=3a-3b+6$

よって $a=5b-6$ —③'

④より $2a-2b=a-b+2$ であり

$a-b=2$

③'を代入して $5b-6-b=2$ より $b=2$

③'より $a=10-6=4$ となり

このとき $a+b-2>0$ をみたす

以上のことから、求める a, b の値は

$\boxed{a=4,\ b=2}$ である