

(1) はじめの 5 回ですべての色がそろふ確率は

(赤が 2 回、他色が 1 回ずつになる場合は $\frac{5!}{2}$ より 求める場合は $\frac{5!}{2} \times 4$)

$$\frac{\frac{5!}{2} \times 4}{4^5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \times 4^4} = \frac{15}{64} \text{ であり}$$

あとの 5 回ですべての色がそろふ確率も $\frac{15}{64}$ だから

$$P_1 = \left(\frac{15}{64}\right)^2 = \frac{225}{4096}$$

(2) (1) のはじめの 5 回と同じであるから $P_2 = \frac{\frac{5!}{2} \times 4}{4^5} = \frac{15}{64}$

(3) 少なくとも 2 回は 全色でなければいけない。

i) 1 色だけ 4 回でる場合

赤が 4 回、他色が 2 回ずつでる場合は

$$\frac{10!}{4!2!2!2!} \text{ より、求める場合は } \frac{10!}{4!2!2!2!} \times 4 \text{ である}$$

$$i) \text{ の確率は } \frac{10!}{4!2!2!2!} \times 4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4^3} = \frac{4725}{4^3}$$

ii) 2 色は 3 回ずつ、他の 2 色は 2 回ずつでる場合

3 回、2 回になる色のきめ方は $4C_2 = 6$ であり

$$\text{求める場合は } \frac{10!}{3!3!2!2!} \times 6 \text{ である}$$

$$ii) \text{ の確率は } \frac{10!}{3!3!2!2!} \times 6 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \times 6}{6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4^4} = \frac{9450}{4^4}$$

i) ii) より $P_3 = \frac{4725}{4^3} + \frac{9450}{4^4} = \frac{14175}{4^4} = \frac{5^2 \cdot 3^4 \cdot 7}{4^4} \text{ である}$

$$\frac{P_3}{P_1} = \frac{\frac{5^2 \cdot 3^4 \cdot 7}{4^4}}{\left(\frac{3 \cdot 5}{4^3}\right)^2} = \frac{5^2 \cdot 3^4 \cdot 7}{4^8 \times 5^2 \cdot 3^2} = \frac{63}{16}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 14175} \\ \underline{5 2835} \\ 3 1567 \\ \underline{3 189} \\ 7 63 \\ \underline{3 9} \\ 3 \end{array}$$