

$$(1) \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

(2) 与式より

$$\frac{b+c}{a} \times \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{c+a}{b} \times \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca} \quad \text{が成り立つので}$$

$$(b+c)(b^2+c^2-a^2) = (c+a)(c^2+a^2-b^2) \quad \text{より}$$

$$b^3 + bc^2 - a^2b + b^2c + c^3 - ca^2 = c^3 + a^2c - b^2c + ac^2 + a^3 - ab^2$$

$$(b-a)c^2 + 2(b^2-a^2)c + b^3-a^3-a^2b+ab^2 = 0$$

$$(b-a)c^2 + 2(b-a)(b+a)c + (b-a)(b^2+ab+a^2) + ab(b-a) = 0$$

$$(b-a) \{ c^2 + 2(a+b)c + (a^2+2ab+b^2) \} = 0$$

$$(b-a) \{ c^2 + 2(a+b)c + (a+b)^2 \} = 0$$

$$(b-a)(c+a+b)^2 = 0$$

よって $a+b+c \neq 0$ より $b=a$ の二等辺三角形となる