(1) 10群の最後までの項数は

$$2\times1+2\times2+2\times3+\cdots+2\times10=2\times\frac{10\times11}{2}=110$$ より

第10群の最後の数は $\boxed{110}$

n群の最後までの項数は

$$2\times1+2\times2+2\times3+\cdots+2\times n=2\times\frac{n(n+1)}{2}=n(n+1)$$ より

第n群の最後の数は $\boxed{n(n+1)}$

(2) 2010が第n群にあるとすると (1)より

$(n-1)\times n<2010\leqq n(n+1)$ ― ① がなりたつ。

($45^2=2025$であるから、その付近で考えると)

$43\times44=1892$、
$44\times45=1980$
$45\times46=2070$ より $n=45$のとき ① をみたすことが分かる

よって $\boxed{p=45}$ である。

また 44群の最後の数は 1980 より

$2010-1980=30$ となるから $\boxed{q=30}$ となる

(2010は第45群の30項目となる)

(3) 第n群の最初の数は $(n-1)\times n+1=\boxed{n^2-n+1}$ であるから

第n群の総和S_nは 初項 n^2-n+1
末項 $n(n+1)$
項数 $2n$ の等差数列の和となるので

$$S_n=\frac{\cancel{2}n\{(n^2\cancel{-n}+1)+(n^2\cancel{+n})\}}{\cancel{2}}=\boxed{n(2n^2+1)}$$ となる。

(4) 各群の最後の数は連続する2つの整数の積となっているので必ず偶数となる

よって n群のはじめの数は必ず奇数となるので、n群には奇数はn個となる

ゆえにT_nは 初項 n^2-n+1, 末項 $n(n+1)-1$, 項数 n の等差数列の和となるので

$$T_n=\frac{n\{(n^2\cancel{-n}+1)+(n^2\cancel{+n}-1)\}}{2}=\frac{n\times2n^2}{2}=\boxed{n^3}$$

よって $$\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{T_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{n(2n^2+1)}{n^3}=\lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{1}{n^2}\right)=\boxed{2}$$ となる