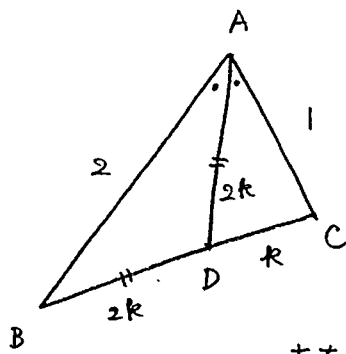




内角二等分線の性質より

$$BD:CD = AB:AC = 2:1 \text{ であり}$$

$$AD = BD \text{ だから}$$

$$AD = BD = 2k, \quad CD = k \quad (k > 0) \text{ とおける}$$

$$\text{ここで } \angle BAD = \angle CAD = \theta \text{ とおくと}$$

左右の三角形で余弦定理より

$$\cos \theta = \frac{4 + 4k^2 - 4k^2}{2 \times 2 \times 2k} = \frac{1 + 4k^2 - k^2}{2 \times 1 \times 2k} \quad \text{がなりたつので}$$

$$\frac{k^2}{2k} = \frac{1 + 3k^2}{4k} \quad \text{より}$$

$$3k^2 = 1 \quad \text{よって } k = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{となる}$$

$$\text{よって } \cos \theta = \frac{4}{8k} = \frac{1}{2k} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{より} \quad \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{1}{2} \quad \text{だから}$$

$$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2k \sin \theta + \frac{1}{2} \times 1 \times 2k \sin \theta$$

$$= 3k \sin \theta$$

$$= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \text{となる}$$