

(1) P_4 は 4回とも表がでるときだから $P_4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \boxed{\frac{1}{16}}$

P_5 は 4回目までに表が3回、うらが1回でて、5回目に表がでればよいから

$$P_5 = \left\{ 4C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right) \right\} \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 4 \times \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2^3} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

(2) P_n は $n-1$ 回目までに表が3回でて、 n 回目に4回目の表がでるときより

$$P_n = {}_{n-1}C_3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1-3} \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3 \times 2 \times 1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{3+n-1-3+1}$$

$$= \boxed{\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3 \times 2^{n+1}}} \quad \text{とわかる}$$

(3) $\frac{P_{n+1}}{P_n} = \frac{\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2^{n+2}}}{\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3 \times 2^{n+1}}} = \boxed{\frac{1}{2} \times \frac{n}{n-3}}$

(4) $\frac{P_{n+1}}{P_n} > 1$ をとくと $\frac{n}{2(n-3)} > 1$ であり

$n \geq 4$ であるので両辺に $2(n-3)(>0)$ をかけて

$$n > 2(n-3) \text{ より}$$

$$n < 6$$

$\frac{P_{n+1}}{P_n} = 1$ をとくと $\frac{n}{2(n-3)} = 1$ であり

$2(n-3)$ を両辺にかけて $n = 2(n-3)$ より
 $n = 6$

$\frac{P_{n+1}}{P_n} < 1$ をとくと $\frac{n}{2(n-3)} < 1$ であり

$n \geq 4$ より 両辺に $2(n-3)(>0)$ をかけて

$$n < 2(n-3) \text{ より}$$

$$n > 6$$

よって $n=4, 5$ のとき $P_n < P_{n+1}$

$n=6$ のとき $P_n = P_{n+1}$

$n=7, 8, \dots$ のとき $P_n > P_{n+1}$ とわかるから

$$P_4 < P_5 < P_6 = P_7 > P_8 > P_9 > P_{10} > \dots \quad \text{となる}$$

ゆえに P_n を最大にする n の値は $\boxed{n=6, 7}$ であり

その値は $P_6 = P_7 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2^7} = \frac{5}{2^5} = \boxed{\frac{5}{32}}$ とわかる