

数学 I ・ 数学 A (100 点満点)

問題 番号 (配点)	解答記号	正 解	配点	問題 番号 (配点)	解答記号	正 解	配点
第 1 問 (20)	アイ	-2	2	第 3 問 (30)	$\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$	$\frac{1}{3}$	3
	ウ	1	2		$\frac{\text{ウ}\sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	3
	$\frac{-\text{エ}-a}{\text{オ}}$	$\frac{-1-a}{2}$	2		$\text{カ}\sqrt{\text{キ}}$	$2\sqrt{2}$	3
	カ	4	1		$\frac{\sqrt{\text{ク}}}{\text{ケ}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	3
	キ	5	3		$\frac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	3
	ク	2	2		$\frac{\sqrt{\text{シ}}}{\text{ス}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	3
	ケ	0	3		セ	3	4
	コ	2	2		$\frac{\sqrt{\text{ソ}}}{\text{タ}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	3
	サ	1	3		チ	1	2
第 2 問 (25)	$(a+\text{ア}, a^2+\text{イ}a+b+\text{ウ})$	$(a+2, a^2+4a+b+4)$	4	第 4 問 (25)	ツ テ	$\frac{1}{2}$	3
	$-a^2-\text{エ}a-\text{オカ}$	$-a^2-8a-13$	3		アイウ	126	3
	$\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$	$\frac{-9}{4}$	3		エオ	70	3
	$-\text{コ}-\sqrt{\text{サ}}$	$-4-\sqrt{3}$	3		カキ	56	3
	シス	-3	2		$\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$	$\frac{4}{9}$	2
	セ	1	2		$\frac{\text{コ}}{\text{サシス}}$	$\frac{1}{126}$	3
	ソタチ	-13	4		$\frac{\text{セ}}{\text{ソタ}}$	$\frac{8}{63}$	3
	ツ	4	2		チツ	$\frac{2}{7}$	3
	テトナ	-16	2		テト	$\frac{5}{3}$	5

$$(1) \quad |2x+1| \leq 3 \text{ より}$$

$$-3 \leq 2x+1 \leq 3 \text{ だから}$$

$$-4 \leq 2x \leq 2$$

$$\text{よって } \boxed{-2} \leq x \leq \boxed{1}$$

アイ

ウ

$$(2) \quad |2x+1| \leq a \text{ より } (a \text{ は自然数だから})$$

$$-a \leq 2x+1 \leq a \text{ だから}$$

$$-1-a \leq 2x \leq -1+a$$

$$\text{よって } \frac{-1-a}{2} \leq x \leq \frac{-1+a}{2} \text{ である} \quad \text{--- ①}$$

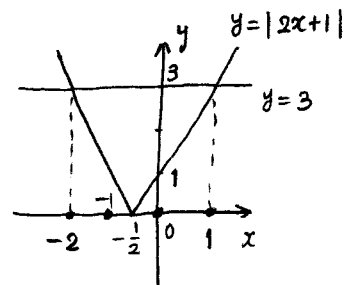
$$(3) \quad a=3 \text{ のとき } \textcircled{1} \text{ は } \frac{-1-3}{2} \leq x \leq \frac{-1+3}{2} \text{ より}$$

$$-2 \leq x \leq 1$$

$$\text{よって } x = -2, -1, 0, 1 \text{ の 4 つだから}$$

$$N = \boxed{4}$$

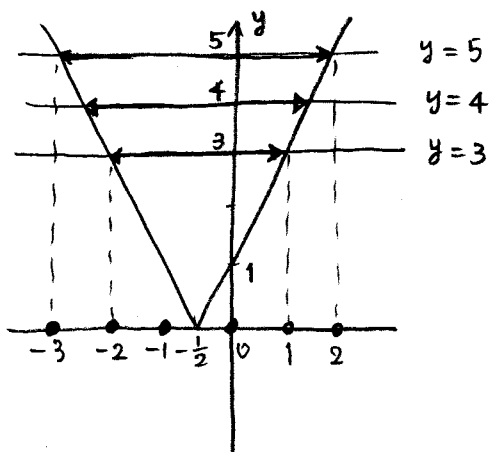
解答記号	正 解	配点
アイ	-2	2
ウ	1	2
$\frac{-1-a}{2}$ オ	$\frac{-1-a}{2}$	2
カ	4	1
キ	5	3



$$a=4, 5, 6 \text{ と大きくなるとき } a=4 \text{ のとき } \frac{-1-4}{2} \leq x \leq \frac{-1+4}{2} \text{ より}$$

$$-\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \text{ である}$$

$$x = -2, -1, 0, 1 \text{ の 4 つ}$$



$$a=5 \text{ のとき 同様にして}$$

$$-3 \leq x \leq 2 \text{ となるから}$$

$$N = 6 \text{ となり 4 より大きくなる}$$

$$\text{よって } a = \boxed{5} \text{ のとき となる}$$

キ

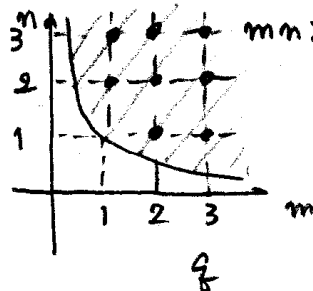
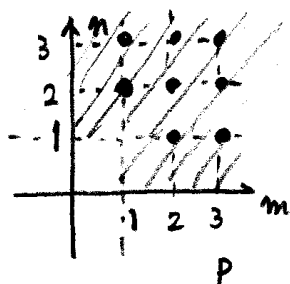
(1) $p: m > k$ または $n > k$ だから

$\bar{p}$ は「 $m \leq k$ かつ $n \leq k$ 」であるから $\boxed{7}$ は ②

(2) (i) $k=1$ のとき

$$p: \text{「} m > 1 \text{ or } n > 1 \text{」}$$

$$q: \text{「} mn > 1 \text{」} \quad \text{であり} \quad \text{どちらも } (m, n) \neq (1, 1) \text{ となって}$$



$\boxed{①}$ 必要十分条件となる
ク

(ii) $k=2$ のとき

$$p: \text{「} m > 2 \text{ または } n > 2 \text{」}$$

$$q: \text{「} mn > 4 \text{」}$$

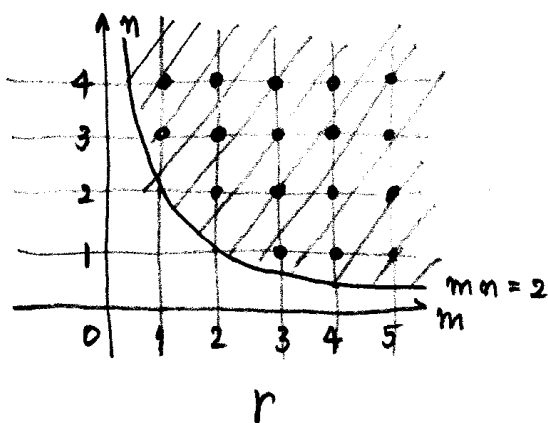
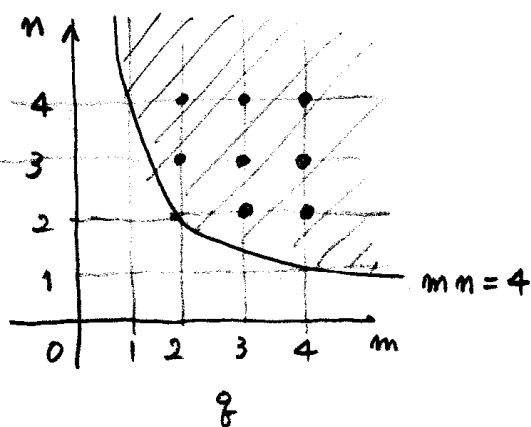
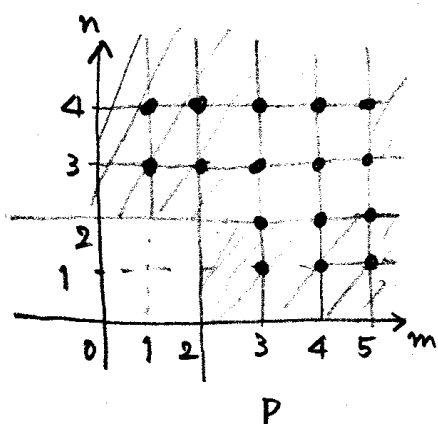
$$r: \text{「} mn > 2 \text{」}$$

解答記号

正解

配点

ク	2	2
ケ	0	3
コ	2	2
サ	1	3



$\neg p \Rightarrow \neg r$ [(2, 2) が $r \Rightarrow p$ の反例]

がなりたつので、 r がなりたつためには
 p がなりたてば十分である

よって $\boxed{②}$ 十分条件

コ

$\neg p \Leftarrow \neg q$ [$p \Rightarrow q$ の反例は (3, 1) など]

がなりたつので q がなりたつためには

p に含まれていることが必要である

よって $\boxed{①}$ 必要条件
サ

$$y = -x^2 + (2a+4)x + b \quad \text{--- ① より (グラフ G)}$$

$$y = -\{x - (a+2)\}^2 + (a+2)^2 + b$$

$$= -\{x - (a+2)\}^2 + a^2 + 4a + 4 + b$$

∴ 頂点は $(a + \boxed{2}, a^2 + \boxed{4}a + b + \boxed{4})$ である

頂点が $y = -4x - 1$ 上るとき

$$a^2 + 4a + b + 4 = -4(a+2) - 1 \quad \text{より}$$

$$b = -a^2 - 4a - 4 - 4a - 8 - 1$$

$$= -a^2 - \boxed{8}a - \boxed{13}$$

イ オカ

(1) グラフ G が x 軸と交なる 2 点で交わる時

頂点の y 座標が正より

$$a^2 + 4a + 4 + b > 0 \quad \text{だから}$$

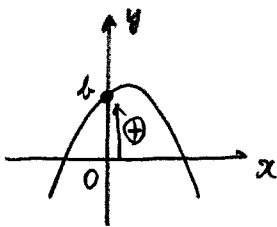
$$a^2 + 4a + 4 - a^2 - 8a - 13 > 0$$

$$-4a - 9 > 0$$

$$\text{∴ } a < \boxed{\frac{-9}{4}} \quad \text{キケ}$$



また、G が x 軸正の部分と負の部分で交わる時



$x = 0$ のとき $y > 0$ より $b > 0$ だから

$$-a^2 - 8a - 13 > 0 \quad \text{より}$$

$$a^2 + 8a + 13 < 0$$

$$\text{∴ } \boxed{-4} - \boxed{\sqrt{3}} < a < -4 + \sqrt{3} \quad \text{である}$$

コ サ

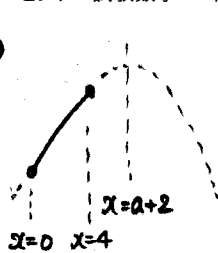
解答記号

正解

配点

$(a + \text{ア}, a^2 + \text{イ}a + b + \text{ウ})$	$(a + 2, a^2 + 4a + b + 4)$	4
$-a^2 - \text{エ}a - \text{オカ}$	$-a^2 - 8a - 13$	3
$\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$	$\frac{-9}{4}$	3
$-\text{コ} - \sqrt{\text{サ}}$	$-4 - \sqrt{3}$	3
シス	-3	2
セ	1	2
ソタチ	-13	4
ツ	4	2
テトナ	-16	2

(2)



$$4 \leq a+2 \text{ より}$$

$$\underline{a \geq 2 \text{ のとき}}$$



$$2 < a+2 < 4 \text{ より}$$

$$\underline{0 < a < 2 \text{ のとき}}$$



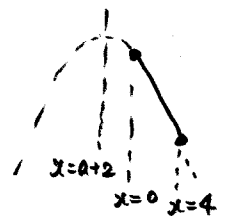
$$a+2 = 2 \text{ より}$$

$$\underline{a = 0 \text{ のとき}}$$



$$0 < a+2 < 2 \text{ より}$$

$$\underline{-2 < a < 0 \text{ のとき}}$$



$$a+2 \leq 0 \text{ より}$$

$$\underline{a \leq -2 \text{ のとき}}$$

$x=0$ で最小値 -22 より

$$b = -22 \text{ より}$$

$$-a^2 - 8a - 13 = -22 \text{ より}$$

$$a^2 + 8a - 9 = 0$$

$$(a+9)(a-1) = 0$$

$$a > 0 \text{ より } a = \boxed{1}$$

セ

$a=1$ のとき 最大値は

$x = a+2$ のとき であるから

$$a^2 + 4a + 4 + b$$

$$= \cancel{a^2} + 4a + 4 - \cancel{a^2} - 8a - 13$$

$$= -4a - 9$$

$$= -4 \times 1 - 9 = \boxed{-13}$$

ヤナ

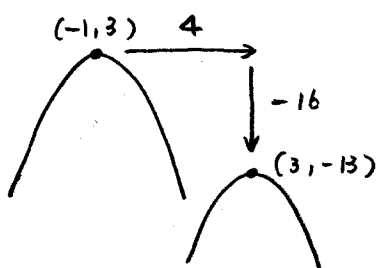
こゝで

このグラフは $y = -\{x - (a+2)\}^2 + a^2 + 4a + 4 - a^2 - 8a - 13$

$$= -\{x - (a+2)\}^2 - 4a - 9 \text{ であるから}$$

$$a = -3 \text{ のとき } y = -(x+1)^2 + 3$$

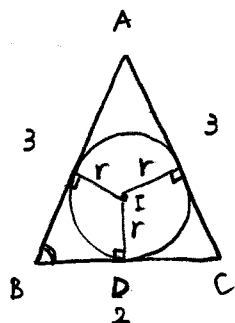
$$a = 1 \text{ のとき } y = -(x-3)^2 - 13 \text{ であるから}$$



$$x \text{ 軸方向に } \boxed{4}$$

$$y \text{ 軸方向に } \boxed{-16} \text{ 平行移動すると一致する}$$

ヤナ



$$\cos \angle ABC = \frac{3^2 + 2^2 - 3^2}{2 \times 3 \times 2} = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}} \quad \text{P.T.D}$$

$$\begin{aligned}\sin \angle ABC &= \sqrt{1 - \cos^2 \angle ABC} \\ &= \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \text{ウエオ}\end{aligned}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{2} = \boxed{2\sqrt{2}} \quad \text{である}$$

内接円の中心を I 、半径を r とすると

$$\Delta ABC = \Delta IAB + \Delta IBC + \Delta ICA \quad \text{५७}$$

$$2\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 3r + \frac{1}{2} \times 2r + \frac{1}{2} \times 3r \quad \text{दिए जा रहा है}$$

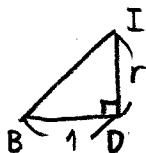
$$2\sqrt{2} = \frac{1}{2} (3+2+3) r$$

$$4\sqrt{2} = 8r \quad \text{so } r = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

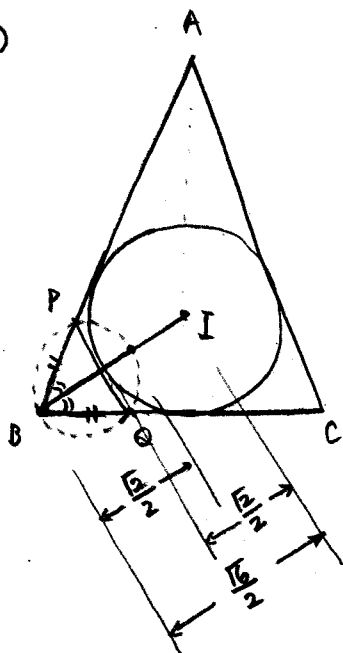
BCの中点をDとすると $AB=AC$ の二等辺三角形より

$$\angle IMB = 90^\circ \text{ である}$$

$$IB = \sqrt{1+r^2} = \sqrt{1+\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1.22$$



(1)



$\triangle PBQ$ の外接円の直径を $2R$ とすると

$$2R = \frac{PQ}{\sin \angle ABC} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

5,7 IB = $\frac{16}{2}$.

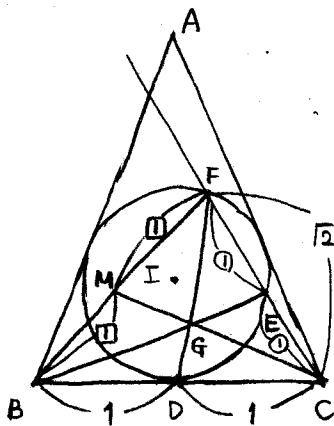
$$(\text{円Iの半径}) + (\text{円Oの直径}) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ であるから}$$

$$\left(\frac{16}{2}\right)^2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$(\sqrt{2})^2 = 2 \text{ より } \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 < (\sqrt{2})^2$$

5.7 $\frac{\sqrt{6}}{2} < \sqrt{2}$ とおきの2"

2つの円は $\textcircled{3}$ 異なる2点で交わる
 ④



(2) オベキの定理より

$$CD^2 = CE \times CF \text{ だから}$$

$$1^2 = CE \times \sqrt{2}$$

$$\text{よって } CE = \frac{1}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}} \text{ ツ}$$

$$\text{このとき } \frac{EF}{CE} = \frac{1}{1} = \boxed{1} \text{ チ である}$$

$$\text{チバの定理より } \frac{BM}{MF} \times \frac{FE}{EC} \times \frac{CD}{DB} = 1 \text{ だから}$$

$$\frac{BM}{MF} \times 1 \times 1 = 1 \text{ より } BM : MF = 1 : 1$$

よって メネラウスの定理より

$$\frac{BF}{FM} \times \frac{GM}{CG} \times \frac{CD}{DB} = 1 \text{ だから } \frac{2}{1} \times \frac{GM}{CG} \times 1 = 1 \text{ より}$$

$$\frac{GM}{CG} = \boxed{\frac{1}{2}} \text{ ツ となる}$$

(G は $\triangle FBC$ の重心)

解答記号	正 解	配点
ア イ	$\frac{1}{3}$	3
ウ エ オ	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	3
カ キ	$2\sqrt{2}$	3
ク ケ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	3
コ サ	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	3
シ ス	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	3
セ	3	4
ソ タ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	3
チ	1	2
ツ テ	$\frac{1}{2}$	3

$$9 \text{枚から} 5 \text{枚をとり方法は } {}^9C_5 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \boxed{126} \text{ (通り)}$$

アイウ

(1) 5が必ずとられる場合は、のこり8枚から4枚えらばば“よいので”

$${}^8C_4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \boxed{70} \text{ (通り)}$$

エオ

5がないとり出し方は $126 - 70 = \boxed{56} \text{ (通り)}$

カキ

(2) 得点が0点となるのは $\frac{56}{126} = \frac{28}{63} = \boxed{\frac{4}{9}}$ ク

解答記号	正解	配点
アイウ	126	3
エオ	70	3
カキ	56	3
クケ	49	2
コサシ	1126	3
セソタ	863	3
チツ	27	3
テト	53	5

25点

得点が1点となるのは 5枚のうち1番小さい数が5であるから

5, 6, 7, 8, 9 の通りだけしかないから

その確率は $\boxed{\frac{1}{126}}$ コ
サシ

得点が2点となるのは 1~4から1枚, 6~9から3枚えらぶときだから

$$\frac{{}^4C_1 \times {}^4C_3}{126} = \frac{4 \times 4}{126} = \boxed{\frac{8}{63}}$$

セ

得点が3点となるのは 1~4から2枚, 6~9から2枚えらぶときで

$$\frac{{}^4C_2 \times {}^4C_2}{126} = \frac{6 \times 6}{126} = \boxed{\frac{2}{7}}$$

チ

得点が4点となるのは 1~4から3枚, 6~9から1枚えらぶときで

$$\frac{{}^4C_3 \times {}^4C_1}{126} = \frac{4 \times 4}{126} = \frac{16}{126}$$

得点が5点となるのは 1~4から4枚えらぶときで $\frac{1}{126}$

よって 確率分布は 右のようになる

得点	0	1	2	3	4	5
確率	$\frac{56}{126}$	$\frac{1}{126}$	$\frac{16}{126}$	$\frac{36}{126}$	$\frac{16}{126}$	$\frac{1}{126}$

ゆえに 得点の期待値は

$$\begin{aligned} D &= \frac{56}{126} + 1 \times \frac{1}{126} + 2 \times \frac{16}{126} + 3 \times \frac{36}{126} + 4 \times \frac{16}{126} + 5 \times \frac{1}{126} \\ &= \frac{1}{126} \times (1 + 32 + 108 + 64 + 5) \\ &= \frac{210}{126} \\ &= \frac{70}{42} = \frac{10}{6} = \boxed{\frac{5}{3}} \text{ (点)} \end{aligned}$$

フ