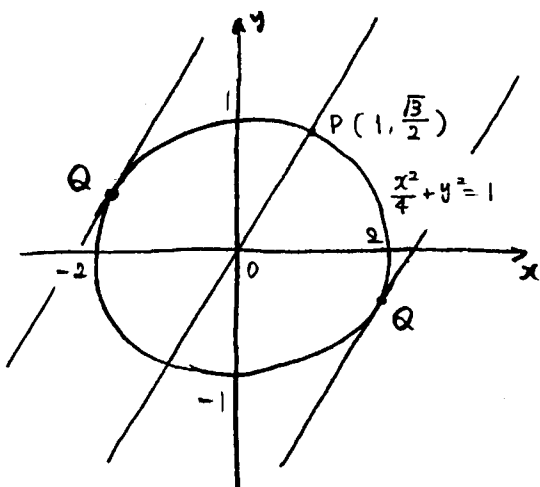




(1) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ の両辺を x で微分すると

$$\frac{x}{2} + 2y \cdot y' = 0 \text{ である}$$

$y=0$ のときは 明らかに OP と平行でないから

$$y \neq 0 \text{ より } y' = -\frac{x}{4y} \text{ であり}$$

求める接点を (p, q) とすると

OP の傾きは $\frac{\sqrt{3}}{2}$ だから

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{p}{4q} \text{ であるから}$$

$$p = -2\sqrt{3}q \text{ となる}$$

これを $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ に代入すると

$$\frac{4 \cdot 3q^2}{4} + q^2 = 1 \text{ より}$$

$$4q^2 = 1$$

$$\text{よって } q = \pm \frac{1}{2} \text{ となる}$$

$$p = -2\sqrt{3}q \text{ より}$$

$$q = \frac{1}{2} \text{ のとき } p = -\sqrt{3}$$

$$q = -\frac{1}{2} \text{ のとき } p = \sqrt{3} \text{ となるので}$$

求める接点1は $(\sqrt{3}, -\frac{1}{2}), (-\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ となる

このとき接線の式は $y - q = -\frac{p}{4q}(x - p)$ より

$$\frac{p}{4q}x + y = \frac{p^2}{4q} + q$$

$$\frac{p}{4}x + qy = \frac{p^2}{4} + q^2 = 1$$

$$\text{よって } \boxed{\frac{p}{4}x + qy = 1} \text{ より}$$

求める接線は $\boxed{\frac{\sqrt{3}}{4}x - \frac{1}{2}y = 1}$ (接点 $(\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$ のとき)

$\boxed{-\frac{\sqrt{3}}{4}x + \frac{1}{2}y = 1}$ (接点 $(-\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ のとき)

となる

(2) $\triangle OPQ$ の底辺を OP とみると OP と Q の距離が最大するとき

$\triangle OPQ$ の面積が最大となるので (1) の接点のときとなる

このとき 直線 OP は $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ より

$$\sqrt{3}x - 2y = 0 \text{ であり}$$

$$\text{これと } (\sqrt{3}, -\frac{1}{2}) \text{ の距離は } \frac{|\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2 \times (-\frac{1}{2})|}{\sqrt{3+4}} = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$(-\sqrt{3}, \frac{1}{2}) \text{ の距離は } \frac{|\sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) - 2 \times \frac{1}{2}|}{\sqrt{3+4}} = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

でどちらも等しい

$$\begin{aligned} \text{このとき } \triangle OPQ &= \frac{1}{2} \times OP \times \frac{4}{\sqrt{7}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{1 + \frac{3}{4}} \times \frac{4}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{7}}{2} \times \frac{4}{\sqrt{7}} = \boxed{1} \text{ となる} \end{aligned}$$

また、そのときの Q は $\boxed{(\sqrt{3}, -\frac{1}{2})}$ または $\boxed{(-\sqrt{3}, \frac{1}{2})}$ となる