Ⓓ

# 数学Ⅱ・数学B　（100点満点）

| 問題番号(配点) | 解答記号 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|---|
| 第1問 (30) | ア | 1 | 1 |
| | イ | 0 | 1 |
| | ウ | 2 | 1 |
| | エ | 3 | 1 |
| | オカ | 16 | 2 |
| | キ | 4 | 2 |
| | クケ | 31 | 1 |
| | コ | 1 | 1 |
| | サ | 2 | 2 |
| | シス | −1 | 2 |
| | $\frac{\text{セソ}}{\text{タ}}$ | $\frac{-1}{2}$ | 1 |
| | チ | 0 | 2 |
| | ツ | 2 | 1 |
| | $\frac{\text{テ}}{\text{ト}}$ | $\frac{3}{2}$ | 2 |
| | ナ, ニ | 3, 4 | 3 |
| | ヌ | 0 | 1 |
| | ネ | 2 | 1 |
| | ノ | 6 | 2 |
| | ハヒ, フ | 12, 5 | 3 |
| 第2問 (30) | アイ, ウ | 2a, 2 | 3 |
| | エ, オ | 2, 3 | 3 |
| | カ, キ | 2, 3 | 1 |
| | ク, ケ, コ, サ | 3, c, 3, b | 5 |
| | シ | 4 | 2 |
| | ス | 1 | 2 |
| | セ | 5 | 2 |
| | ソ | 3 | 2 |
| | $\frac{\text{タ}}{\text{チ}}$ | $\frac{1}{3}$ | 4 |
| | ツ | 2 | 2 |
| | $\frac{\text{テトナ}}{\text{ニ}}$ | $\frac{343}{9}$ | 4 |
| 第3問 (20) | アイ, ウ | 54, 3 | 2 |
| | エ | 6 | 1 |
| | オカ | 63 | 3 |
| | キク | 27 | 1 |
| | ケコ | 90 | 3 |
| | サ, シ | 2, 1 | 2 |
| | スセソ | 100 | 3 |
| | タ | 3 | 1 |
| | チ, ツ, テ, ト | 1, 3, 3, 2 | 4 |
| 第4問 (20) | $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$, ウ | $\frac{2}{3}$, a | 1 |
| | $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$, カ | $\frac{2}{3}$, 9 | 2 |
| (第4問) | キ, ク, ケ | b, b, a | 2 |
| | コ | 0 | 1 |
| | サ, シ, ス | 6, 1, 6 | 2 |
| | セ, ソ, タ | 2, 1, 9 | 2 |
| | チ | 2 | 1 |
| | $\frac{\text{ツ}}{\text{テト}}$ | $\frac{5}{12}$ | 2 |
| | $\frac{\text{ナ}}{\text{ニヌ}}$ | $\frac{7}{12}$ | 2 |
| | $\frac{\text{ネ}}{\text{ノ}}$, ハ | $\frac{2}{3}$, 4 | 3 |
| | $\frac{\text{ヒ}}{\text{フ}}$ | $\frac{8}{3}$ | 2 |
| 第5問 (20) | ア.イ | 3.5 | 1 |
| | ウ.エ | 2.8 | 1 |
| | オ.カキ | 1.01 | 2 |
| | ク | 5 | 1 |
| | ケ | 2 | 1 |
| | コ | 2 | 1 |
| | サ.シ | 1.5 | 1 |
| | ス.セ | 0.7 | 1 |
| | ソ | 4 | 1 |
| | タ | 2 | 1 |
| | チ | 5 | 2 |
| | ツ | 3 | 1 |
| | テ | 2 | 1 |
| | トナ | 45 | 2 |
| | ニヌ | 10 | 1 |
| | ネ.ノ | 0.0 | 1 |
| | ハ | 2 | 1 |
| 第6問 (20) | ア | 5 | 2 |
| | イ | 1 | 2 |
| | ウ | 4 | 1 |
| | エ | 3 | 1 |
| | オ | 1 | 2 |
| | カ | 5 | 2 |
| | キ | 2 | 2 |
| | ク | 2 | 2 |
| | ケ | 4 | 2 |
| | コサ | 12 | 2 |
| | シ | 9 | 2 |

（注）第1問，第2問は必答，第3問～第6問のうちから2問選択，計4問を解答。

$\log_3(x^2-2x)<1$ —① の真数条件より $x^2-2x>0$ だから

$x(x-2)>0$

よって $x<0,\ 2<x$ —②

また①より $\log_3(x^2-2x)<\log_3 3$ だから

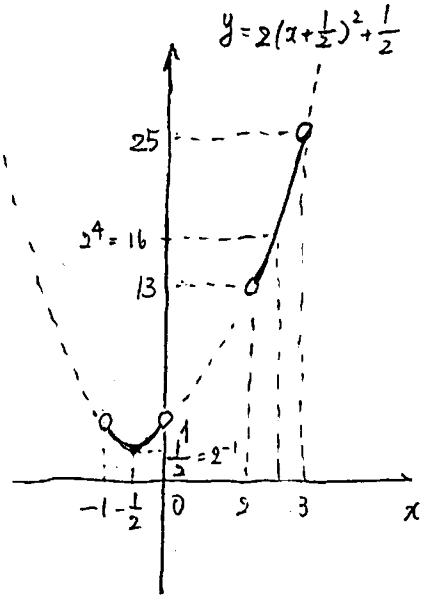
$x^2-2x<3$ より

$x^2-2x-3<0$

$(x-3)(x+1)<0$

$-1<x<3$ —③

②③より $\overset{ア}{-\boxed{1}}<x<\overset{イ}{\boxed{0}},\ \overset{ウ}{\boxed{2}}<x<\overset{エ}{\boxed{3}}$ となる




このとき $2x^2+2x+1=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

であり $-1<x<0,\ 2<x<3$ のとき

$\frac{1}{2}\leqq 2x^2+2x+1<1,\quad 13<2x^2+2x+1<25$

であるので $2x^2+2x+1=\overset{オカ}{\boxed{16}}$ のとき

$u=\log_2(2x^2+2x+1)=\log_2 16=\overset{キ}{\boxed{4}}$ で整数となる

$2<x<3$ のとき $2x^2+2x+1=16$ をとくと

$2x^2+2x-15=0$ より $x=\dfrac{-1+\overset{クケ}{\boxed{\sqrt{31}}}}{2}$ となる

同様に $-1<x<0$ のとき. $2x^2+2x+1=\boxed{\dfrac{1}{2}}$ で ($\frac{コ}{サ}$)

$u=\log_2(2x^2+2x+1)=\log_2\frac{1}{2}=\overset{シス}{\boxed{-1}}$ である

このとき $2x^2+2x+1=\frac{1}{2}$ より

$4x^2+4x+2=1$

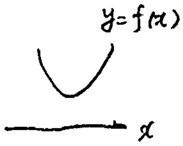
$4x^2+4x+1=0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$

よって $x=\boxed{\dfrac{-1}{2}}$ ($\frac{セソ}{タ}$) となる

| 解答記号 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|
| ア | 1 | 1 |
| イ | 0 | 1 |
| ウ | 2 | 1 |
| エ | 3 | 1 |
| オカ | 16 | 2 |
| キ | 4 | 2 |
| クケ | 31 | 1 |
| コ | 1 | 1 |
| サ | 2 | 2 |
| シス | −1 | 2 |
| セソタ | −1 2 | 1 |

15点




$f(x) = x^2 + 4\left(\dfrac{3\tan\theta}{1+\tan^2\theta} - \sqrt{3}\right)x + 3(\sin^2\theta + 3\cos^2\theta)^2$ が

すべての実数 $x$ で $f(x)>0$ となる条件は $f(x)=0$ の判別式を

$D$ とすると $D\boxed{<}0$ である
チ⓪

| 解答記号 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|
| チ | 0 | 2 |
| ツ | 2 | 1 |
| テト | 32 | 2 |
| ナニ | 34 | 3 |
| ヌ | 0 | 1 |
| ネ | 2 | 1 |
| ノ | 6 | 2 |
| ハヒフ | 125 | 3 |

15点

2倍角公式より $\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{2} + 3\times\dfrac{1+\cos 2\theta}{2}$

$= \boxed{2} + \cos 2\theta$
ツ

$\dfrac{3\tan\theta}{1+\tan^2\theta} = 3\tan\theta\cos^2\theta = 3\times\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\times\cos^2\theta$

$= 3\sin\theta\cos\theta = \dfrac{3}{2}\times 2\sin\theta\cos\theta$

$= \boxed{\dfrac{3}{2}}\sin 2\theta$ であるから
テ ト

$f(x) = x^2 + 4\left(\dfrac{3}{2}\sin 2\theta - \sqrt{3}\right)x + 3(2+\cos 2\theta)^2$

$= x^2 + 2(3\sin 2\theta - 2\sqrt{3})x + 3(2+\cos 2\theta)^2$ だから

$\dfrac{D}{4} = (3\sin 2\theta - 2\sqrt{3})^2 - 3(2+\cos 2\theta)^2$

$= 3(\sqrt{3}\sin 2\theta - 2)^2 - 3(2+\cos 2\theta)^2$

$= 3\{(\sqrt{3}\sin 2\theta - 2)^2 - (\cos 2\theta + 2)^2\}$

$= 3\{(\sqrt{3}\sin 2\theta - 2) + (\cos 2\theta + 2)\}\{(\sqrt{3}\sin 2\theta - 2) - (\cos 2\theta + 2)\}$

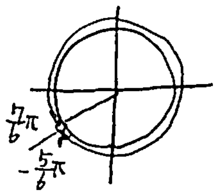
よって $D = 12(\boxed{\sqrt{3}}\sin 2\theta + \cos 2\theta)(\sqrt{3}\sin 2\theta - \cos 2\theta - \boxed{4})$ となる
ナ ニ

ここで $\sqrt{3}\sin 2\theta - \cos 2\theta - 4 = 2\sin\left(2\theta - \dfrac{\pi}{6}\right) - 4 < 2\times 1 - 4 = -2\boxed{<}0$ である
ヌ⓪

また $\sqrt{3}\sin 2\theta + \cos 2\theta = \boxed{2}\sin\left(2\theta + \dfrac{\pi}{\boxed{6}}\right)$ であるから
ネ ノ

$D<0$ をとくと $2\sin\left(2\theta + \dfrac{\pi}{6}\right) > 0$ であればよいから

$-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ より $-\dfrac{5}{6}\pi < 2\theta + \dfrac{\pi}{6} < \dfrac{7}{6}\pi$ で考えて




$0 < 2\theta + \dfrac{\pi}{6} < \pi$ より

$-\dfrac{\pi}{6} < 2\theta < \dfrac{5}{6}\pi$

$-\dfrac{\pi}{\boxed{12}} < \theta < \dfrac{\boxed{5}}{12}\pi$ となる
ハヒ フ

| 解答記号 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|
| アイウ | 2a2 | 3 |
| エオ | 23 | 3 |
| カキ | 23 | 1 |
| クケコサ | 3c3b | 5 |
| シ | 4 | 2 |
| ス | 1 | 2 |
| セ | 5 | 2 |
| ソ | 3 | 2 |
| タチ | 13 | 4 |
| ツ | 2 | 2 |
| テトナニ | 3439 | 4 |
| | | 30点 |

$C: y = x^2+2x-3$ において $y' = 2x+2$ より

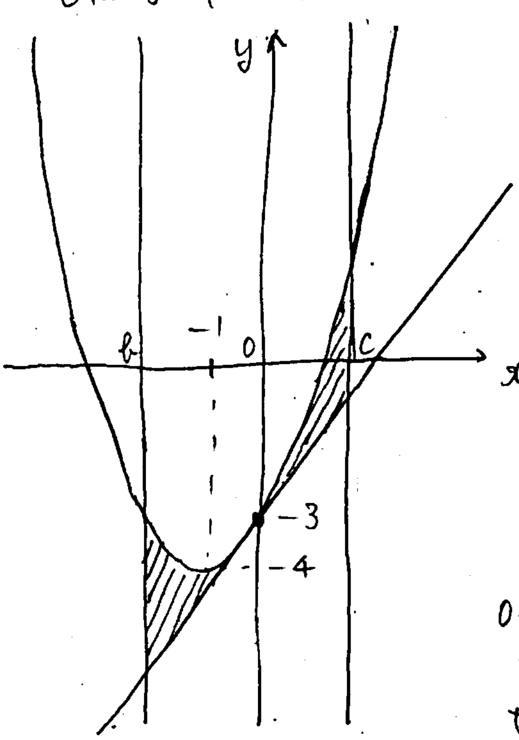
$(a, a^2+2a-3)$ での接線は

$y = (2a+2)(x-a) + a^2+2a-3$ より

$y = (\underset{アイ}{\boxed{2a}} + \underset{ウ}{\boxed{2}})x - a^{\overset{エ}{\boxed{2}}} - \underset{オ}{\boxed{3}}$

特に $a=0$ では $y = \underset{カ}{\boxed{2}}x - \underset{キ}{\boxed{3}}$ ― ① となる

$C$ は $y=(x+1)^2-4$ より求める面積 $S$ は下の斜線部であり




$$S = \int_b^c \{(x^2+2x-3)-(2x-3)\}dx$$

$$= \int_b^c x^2 dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3\right]_b^c = \frac{1}{\underset{ク}{\boxed{3}}}(\underset{ケ}{\boxed{c}}^{\overset{コ}{\boxed{3}}} - \underset{サ}{\boxed{b}}^3)$$

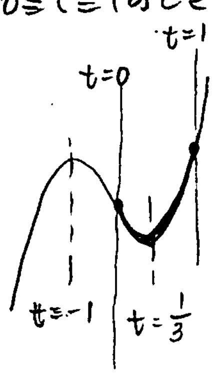
ここで $b = -|t-1|-4 = \begin{cases} -(t-1)-4 = -t-3 & (t>1) \\ -(-t+1)-4 = t-5 & (t \leqq 1) \end{cases}$

$c = 4t+1$ より.

$0 \leqq t \leqq 1$ で $S = \frac{1}{3}\{(\underset{シ}{\boxed{4}}t+\underset{ス}{\boxed{1}})^3 - (t-\underset{セ}{\boxed{5}})^3\}$

$t>1$ で $S = \frac{1}{3}\{(4t+1)^3 + (t+\underset{ソ}{\boxed{3}})^3\}$ となる

$0 \leqq t \leqq 1$ のとき




$S' = \frac{1}{3}\{3(4t+1)^2 \times 4 - 3(t-5)^2\}$

$= (4t+1)^2 \times 4 - (t-5)^2$

$= 63t^2+42t-21$

$= 21(3t^2+2t-1)$

$= 21(3t-1)(t+1)$

よって $t = \dfrac{\overset{タ}{\boxed{1}}}{\underset{チ}{\boxed{3}}}$ で最小値をとる

$t>1$ のとき $S' = \frac{1}{3}\{3(4t+1)^2 \times 4 + 3(t+3)^2\}$

$= 4(4t+1)^2 + (t+3)^2 > 0$

よって $t>1$ で $S$ は単調 $\boxed{増加}$ (ツは②)

ゆえに $t=\frac{1}{3}$ で $S$ は最小でその値は

$S = \frac{1}{3}\{(4\times\frac{1}{3}+1)^3 - (\frac{1}{3}-5)^3\} = \frac{1}{3}\{(\frac{7}{3})^3 - (\frac{-14}{3})^3\} = \frac{7^3}{3^4}\times(1^3+2^3) = \frac{7^3}{3^2} = \boxed{\frac{343}{9}}$ テトナニ となる

初項 $a$ とすると，公比 3 より　$a_2 = a \times 3 = 162$ から　$a = 54$

よって　$a_n = \underset{アイ}{\boxed{54}} \times \underset{ウ}{\boxed{3}}^{n-1}$

また　$b_1 = \frac{a_1}{2} = \frac{54}{2} = 27$，　$b_{n+1} = 3b_n + a_n$ —①　のとき

$b_{n+1} = 3b_n + 54 \cdot 3^{n-1}$　の両辺 $3^{n+1}$ でわると

$\frac{b_{n+1}}{3^{n+1}} = \frac{\cancel{3} b_n}{\cancel{3} \times 3^n} + \frac{54 \cdot 3^{n-1}}{3^{n+1}}$　より　$x_n = \frac{b_n}{3^n}$　のとき

$x_{n+1} = x_n + \frac{54}{3^2}$　から　$x_{n+1} = x_n + \overset{エ}{\boxed{6}}$

よって $\{x_n\}$ は 初項 $x_1 = \frac{b_1}{3^1} = \frac{27}{3} = 9$，公差 6 の等差数列より

$x_n = 9 + (n-1) \times 6 = 6n + 3$.

よって　$x_{10} = 6 \times 10 + 3 = \underset{オカ}{\boxed{63}}$

①より　$b_{k+1} = 3b_k + a_k$ がなりたち

$k = 1, 2, \cdots, n$ を代入して辺々たすと

$b_2 + \cdots + b_{n+1} = 3(b_1 + \cdots + b_n) + (a_1 + \cdots + a_n)$ であり $S_n = \sum_{k=1}^{n} b_k$ のとき

$S_{n+1} - b_1 = 3S_n + \sum_{k=1}^{n} a_k$　がなりたつから　$b_1 = 27$ より

$S_{n+1} - \overset{キク}{\boxed{27}} = 3S_n + \sum_{k=1}^{n} a_k$　がなりたつ.

よって　$S_n + b_{n+1} - 27 = 3S_n + \sum_{k=1}^{n} 54 \times 3^{k-1}$ より

$2S_n = b_{n+1} - 27 - \sum_{k=1}^{n} 54 \times 3^{k-1}$　であり

$b_n = x_n \cdot 3^n = (6n+3) \cdot 3^n = (2n+1) \cdot 3^{n+1}$ より

$2S_n = \{2(n+1)+1\} \times 3^{n+2} - 27 - \frac{54(3^n - 1)}{3-1}$　だから

$2S_n = (2n+3) \times 3^{n+2} - 27 - 27(3^n - 1)$

$2S_n = 2n \cdot 3^{n+2} + 3^{n+3} - 27 - 3^{n+3} + 27$

よって　$S_n = n \cdot 3^{n+2}$　である　—③

特に　$\frac{S_{10}}{3^{10}} = \frac{10 \times 3^{12}}{3^{10}} = 10 \times 3^2 = \underset{ケコ}{\boxed{90}}$　である

また $c_1=3$, $c_{n+1}=3c_n+b_n$ —②のとき

$b_n=(2n+1)\times 3^{n+1}$ より

②の両辺を $3^{n+1}$ でわると

$\dfrac{c_{n+1}}{3^{n+1}}=\dfrac{3c_n}{3\times 3^n}+\dfrac{(2n+1)\times 3^{n+1}}{3^n}$ から $y_n=\dfrac{c_n}{3^n}$ とおくと

$y_{n+1}=y_n+\underset{サ}{\boxed{2}}n+\underset{シ}{\boxed{1}}$ である（階差数列）

よって $n\geqq 2$ で $y_n=y_1+\sum_{k=1}^{n-1}(2k+1)$

$=\dfrac{c_1}{3^1}+2\times\dfrac{(n-1)\times n}{2}+(n-1)$

$=\dfrac{3}{3}+n(n-1)+n-1$

$=n^2$ —④

また $y_1=1$ より ④は $n=1$ でもなりたつ

よって $y_n=\dfrac{c_n}{3^n}=n^2$ より $c_n=n^2\cdot 3^n$ —⑤

特に $y_{10}=\dfrac{c_{10}}{3^{10}}=10^2=\overset{スセソ}{\boxed{100}}$ である

② より $c_{k+1}=3c_k+b_k$ がなりたち

$k=1,2,\cdots,n$ を代入して辺々たすと

$c_2+\cdots+c_{n+1}=3(c_1+\cdots+c_n)+(b_1+\cdots+b_n)$ より

$T_n=\sum_{k=1}^{n}c_k$ とおくと

$T_{n+1}-c_1=3T_n+S_n$ であるから $c_1=3$ より

$T_{n+1}-\overset{タ}{\boxed{3}}=3T_n+S_n$ である

$T_n+c_{n+1}-3=3T_n+S_n$ より

$2T_n=c_{n+1}-3-S_n$ だから

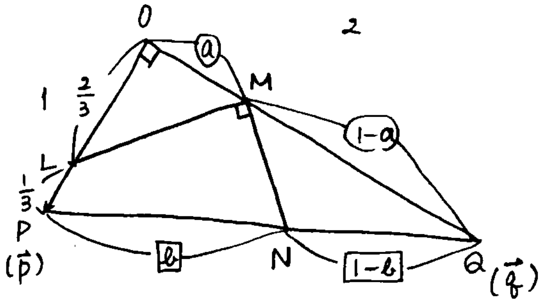
$2T_n=(n+1)^2\cdot 3^{n+1}-3-n\cdot 3^{n+2}$ （③⑤より）

$=(n^2+2n+1)\cdot 3^{n+1}-3-3n\cdot 3^{n+1}$

$=(n^2-n+1)\cdot 3^{n+1}-3$

ゆえに $T_n=\dfrac{(n^2-n+\overset{チ}{\boxed{1}})\cdot\overset{ツ}{\boxed{3}}^{n+1}-\overset{テ}{\boxed{3}}}{\underset{ト}{\boxed{2}}}$ となる

| 解答記号 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|
| アイウ | 543 | 2 |
| エ | 6 | 1 |
| オカ | 63 | 3 |
| キク | 27 | 1 |
| ケコ | 90 | 3 |
| サシ | 21 | 2 |
| スセソ | 100 | 3 |
| タ | 3 | 1 |
| チツテト | 1332 | 4 |
| | | 20点 |




(1) $\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{OL} - \overrightarrow{OM} = \boxed{\dfrac{2}{3}}\vec{p} - \boxed{a}\vec{q}$　(ア/イ, ウ)

$|\overrightarrow{ML}|^2 = \left|\frac{2}{3}\vec{p} - a\vec{q}\right|^2$

$= \frac{4}{9}|\vec{p}|^2 - 2\cdot\frac{2}{3}\cdot a\,\vec{p}\cdot\vec{q} + a^2|\vec{q}|^2$

$= \frac{4}{9}\times 1 - \frac{4}{3}a\times 0 + a^2\times 2^2$

$= \frac{4}{9} + 4a^2$

$= \frac{4}{9}(1 + 9a^2)$　よって $|\overrightarrow{ML}| = \boxed{\dfrac{2}{3}}\sqrt{1+\boxed{9}a^2}$　(エ/オ, カ)

(2) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}$

$= (1-b)\vec{p} + b\vec{q} - a\vec{q}$

$= (1-\boxed{b})\vec{p} + (\boxed{b} - \boxed{a})\vec{q}$　である　(キ, ク, ケ)

$\overrightarrow{ML}\cdot\overrightarrow{MN} = \boxed{0}$　だから　(コ)

$(\overrightarrow{OL} - \overrightarrow{OM})\cdot\overrightarrow{MN} = 0$　より

$\left(\frac{2}{3}\vec{p} - a\vec{q}\right)\cdot\{(1-b)\vec{p} + (b-a)\vec{q}\} = 0$　だから

$\frac{2}{3}(1-b)|\vec{p}|^2 - a(b-a)|\vec{q}|^2 = 0$　　($\vec{p}\cdot\vec{q} = 0$ より)

$\frac{2}{3}(1-b)\times 1 - a(b-a)\times 2^2 = 0$

$(1-b) - 6a(b-a) = 0$

$-(1+6a)b + 1 + 6a^2 = 0$

よって　$b = \dfrac{1+\boxed{6}a^2}{\boxed{1}+\boxed{6}a}$　となる　(サ, シ, ス)

したがって

$$|\overrightarrow{MN}|^2 = |(1-b)\vec{p} + (b-a)\vec{q}|^2$$

$$= (1-b)^2|\vec{p}|^2 + (b-a)^2|\vec{q}|^2 \qquad (\vec{p}\cdot\vec{q}=0)$$

$$= (1-b)^2 + 4(b-a)^2$$

$$= \left(1 - \frac{1+6a^2}{1+6a}\right)^2 + 4\left(\frac{1+6a^2}{1+6a} - a\right)^2$$

$$= \left\{\frac{1+6a-(1+6a^2)}{1+6a}\right\}^2 + 4\times\left\{\frac{1+6a^2-a-6a^2}{1+6a}\right\}^2$$

$$= \left\{\frac{6a(1-a)}{1+6a}\right\}^2 + 4\times\left(\frac{1-a}{1+6a}\right)^2$$

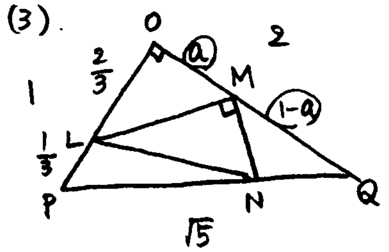
$$= \left(\frac{1-a}{1+6a}\right)^2(36a^2+4)$$

$$= \left\{\frac{2(1-a)}{1+6a}\right\}^2(1+9a^2) \quad \text{だから}$$

$$|\overrightarrow{MN}| = \frac{\overset{セ}{\boxed{2}}(\overset{ソ}{\boxed{1}}-a)}{1+6a}\sqrt{1+\underset{タ}{\boxed{9}}a^2} \qquad (0<a<1 \text{ より})$$

となる

(3)




$\triangle LMN \backsim \triangle QOP$ より

$ML : MN = 2 : 1$ だから $|\overrightarrow{ML}| = \overset{チ}{\boxed{2}}|\overrightarrow{MN}|$

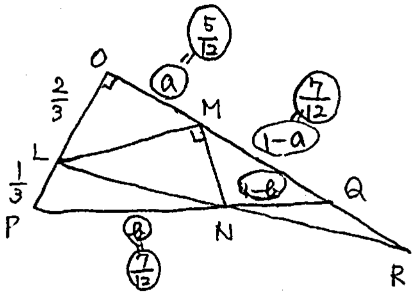
よって $\dfrac{2}{3}\sqrt{1+9a^2} = 2\times\dfrac{2(1-a)}{1+6a}\sqrt{1+9a^2}$ より

$$\frac{1}{3} = \frac{2(1-a)}{1+6a}$$

$$6(1-a) = 1+6a$$

$$12a = 5 \qquad \text{よって } a = \overset{ツ}{\boxed{\frac{5}{12}}}_{テト}$$

$$b = \frac{1+6\times\left(\frac{5}{12}\right)^2}{1+6\times\frac{5}{12}} = \frac{1+\frac{25}{12\times2}}{1+\frac{30}{12}} = \frac{24+25}{24+60} = \frac{49}{84} = \boxed{\frac{7}{12}}\,\begin{matrix}ナ\\ ニヌ\end{matrix}$$




$\overrightarrow{LR} = s\overrightarrow{LN}$ とすると

$$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{LR}$$
$$= \overrightarrow{OL} + s\overrightarrow{LN}$$
$$= \frac{2}{3}\vec{p} + s\left(\overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OL}\right)$$
$$= \frac{2}{3}\vec{p} + s\left(\frac{5}{12}\vec{p} + \frac{7}{12}\vec{q} - \frac{2}{3}\vec{p}\right)$$
$$= \frac{2}{3}\vec{p} + s\left(-\frac{3}{12}\vec{p} + \frac{7}{12}\vec{q}\right)$$
$$= \left(\overset{ネ}{\underset{ノ}{\boxed{\frac{2}{3}}}} - \frac{s}{\underset{ハ}{\boxed{4}}}\right)\vec{p} + \frac{7}{12}s\vec{q}$$

となる.

ここで $\frac{2}{3} - \frac{s}{4} = 0$ のときは

$\frac{s}{4} = \frac{2}{3}$ より $s = \frac{2}{3} \times 4 = \overset{ヒ}{\underset{フ}{\boxed{\frac{8}{3}}}}$ となり.

このときは R は OQ上にある

| 解答記号 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|
| アイウ | 23a | 1 |
| エオカ | 239 | 2 |
| キクケ | bba | 2 |
| コ | 0 | 1 |
| サシス | 616 | 2 |
| セソタ | 219 | 2 |
| チ | 2 | 1 |
| ツテト | 512 | 2 |
| ナニヌ | 712 | 2 |
| ネノハ | 234 | 3 |
| ヒフ | 83 | 2 |

20点

(1)

| | 数科1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1位 | 3 | 0 | 1 | 3 | 3 |
| 2位 | 1 | 1 | 5 | 1 | 2 |
| 3位 | 1 | 4 | 0 | 4 | 1 |
| 4位 | 4 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 5位 | 1 | 3 | 3 | 1 | 2 |

となっているので 数科1の順位の中央値は $\overset{アイ}{\boxed{3.5}}$

数科5の平均は $\dfrac{1\times3+2\times2+3\times1+4\times2+5\times2}{10}$

$= \dfrac{3+4+3+8+10}{10} = \dfrac{28}{10} = \overset{ウエ}{\boxed{2.8}}$ (位)

数科2の順位 $x$ について

| 順位 $x$ | $x^2$ | 度数 | $x\times$度数 | $(x^2)\times$度数 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 4 | 1 | 2 | 4 |
| 3 | 9 | 4 | 12 | 36 |
| 4 | 16 | 2 | 8 | 32 |
| 5 | 25 | 3 | 15 | 75 |
| | | | 37 | 147 |

$\overline{x} = 3.7$ , $\overline{x^2} = 14.7$ より

分散は $\overline{x^2} - (\overline{x})^2 = 14.7 - 3.7^2$

$= 14.7 - 13.69$

$= \underset{オカキ}{\boxed{1.01}}$.

$$\begin{array}{r} 3.7 \\ \times\ 3.7 \\ \hline 259 \\ 111\phantom{0} \\ \hline 1369 \end{array}$$

(2)

| $(j,k)$ | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (3,4) | (3,5) | (4,5) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $w$ | 6 | $\underset{ク}{\boxed{5}}$ | 4 | 6 | 4 | $\underset{ケ}{\boxed{2}}$ | 3 | 5 | 4 | 5 |

$(j,k)=(\alpha,\beta)\cdots w_1$

$(j,k)=(\beta,\alpha)\cdots w_2$ とすると $\overset{②\ コ}{\boxed{w_1+w_2=10}}$ である

$j=2$ の中央値は 3.5

$k=3$ の中央値は 2 だから $u=\overset{サシ}{\boxed{1.5}}$

$j=2$ の平均値は 3.7

$k=3$ の平均値は 3.0 だから $v=\overset{スセ}{\boxed{0.7}}$ となる

$(j,k)=(2,3)$ のとき $u=1.5$, $w=4$

$v=0.7$, $w=4$

$(j,k)=(2,4)$ のとき $u=0.5$, $w=2$

$v=1.1$, $w=2$ より

$(u,w)=(1.5,4),(0.5,2)$ がある図は

③④であり $w_1+w_2=10$ より $w=2$ と $w=8$ は同じ数だけ

あるから $\boxed{④}_{ソ}$

$(v,w)=(0.7,4),(1.1,2)$ がある図は

①②であり，上と同様に考えて $\underset{タ}{\boxed{②}}$

④②の図より $u$ と $w$ は弱い負の相関

$v$ と $w$ は強い負の相関となっているから

$r_2<r_1<0$ より $\boxed{⑤}_{チ}$ となる

(3) $x, y$ はいずれも 1, 2, 3, 4, 5 を1つずつ含むから

$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \underset{ツ}{\boxed{3}}$$

$$s_x^2 = s_y^2 = \frac{(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2}{5}$$

$$= \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = \underset{テ}{\boxed{2}}$$ となり

$$\sum_{k=1}^{5}(x_k-\bar{x})(y_k-\bar{y})$$

$$= \sum_{k=1}^{5}(x_k y_k - \bar{x}x_k - \bar{y}y_k + \bar{x}\bar{y})$$

$$= \left(\sum_{k=1}^{5}x_k y_k\right) - 3(1+2+3+4+5) - 3(1+2+3+4+5) + 3\times3\times5$$

$$= \left(\sum_{k=1}^{5}x_k y_k\right) - 3\times15 - \cancel{3\times15} + \cancel{3\times15}$$

$$= \sum_{k=1}^{5}x_k y_k - \underset{トナ}{\boxed{45}}$$

また

$$r = \frac{\frac{1}{5}\sum_{k=1}^{5}(x_k-\bar{x})(y_k-\bar{y})}{s_x s_y}$$

$$= \frac{\frac{1}{5}\left(\sum_{k=1}^{5}x_k y_k - 45\right)}{2}$$

$$= \frac{1}{\underset{ニヌ}{\boxed{10}}}\left(\sum_{k=1}^{5}x_k y_k - 45\right)$$ となる

ここで $(m, n) = (3, 6)$ のとき 生徒3, 生徒6 の欄から

$$r = \frac{1}{10}(1\times4 + 3\times3 + 5\times2 + 4\times5 + 2\times1 - 45)$$

$$= \frac{1}{10}(4+9+10+20+2-45) = \underset{ネノ}{\boxed{0.0}}$$ となり

$\underset{ハ}{\boxed{②}}$ の相関性なしが正解となる

| 解答記号 | 正解 | 配点 |
| --- | --- | --- |
| アイ | 3.5 | 1 |
| ウエ | 2.8 | 1 |
| オカキ | 1.01 | 2 |
| ク | 5 | 1 |
| ケ | 2 | 1 |
| コ | 2 | 1 |
| サシ | 1.5 | 1 |
| スセ | 0.7 | 1 |
| ソ | 4 | 1 |
| タ | 2 | 1 |
| チ | 5 | 2 |
| ツ | 3 | 1 |
| テ | 2 | 1 |
| トナ | 45 | 2 |
| ニヌ | 10 | 1 |
| ネノ | 0.0 | 1 |
| ハ | 2 | 1 |

20点

(1) $\boxed{ア}$ は $Z$ が負なら印刷せずに次に行くようにしたいので

$\boxed{⑤}_{ア}$ の GOTO 180

$\boxed{イ}$ は $W = B - Z$

$= B - (C - X)$

$= B - C + X$ 　なので $\boxed{①}_{イ}$

(2) $(A, B, C) = (5, 2, 3)$ のとき

1回目

110 $X = 0$

120 $Y = A - X = 5 - 0 = 5$

130 $Z = C - X = 3 - 0 = 3$

140

150 $W = X + B - C = 0 + 2 - 3 = -1$

160 $W < 0$ ↓×

170

180 NEXT X

| | 2回目 | 3回目 | 4回目 | 5回目 | 6回目 |
|---|---|---|---|---|---|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Y | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| Z | 2 | 1 | 0 | −1 | −2 |
| W | 0 | 1 | 2 | × | |
| | ○ | ○ | ○ | × | |
| | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

150行は $\boxed{4}_{ウ}$ 回

170行は $\boxed{3}_{エ}$ 回　実行される

(3) 次に 140行を削除するなら $Z < 0$ とならない前におわらなければいけない。また $y = A - x \geqq 0$ かつ $z = C - x \geqq 0$ であるから

$x \leqq A$ かつ $x \leqq C$ より

$x$ は A と C は小さい方以下の数でよい。

①と④があてはまりそうであるが④は $A = C$ のときに $I = 0$（初期値）

となって不適．よって $\boxed{オ}$ は①となる

(4)
$$\begin{cases} x + y = A \\ z + w = B \\ x + z = C \end{cases}$$
より $A + B = x + y + z + w$

$C = x + z$ 　だから

必ず $A + B \geqq C$ となるから $A + B < C$ であれば必ず解なしとなる

よって $\boxed{⑤}_{カ}$ の $A + B - C < 0$ となる

(5) C+V=D であるから C=D−V よって $\boxed{ク}$ は ②

101 は FOR V=0 TO $\underset{キ}{\boxed{D}}$ ② でよい。

103 で A+B<C なら 次のVにいけばよいので

$\boxed{ケ}$ は GOTO 181 ④ とすればよい。

(6) (A, B, D) = (2, 2, 5) のとき

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 101 | V=0 | V=1 | | | V=2 | | |
| 102 | C=D−V=5−0=5 | C=4 | | | C=3 | | |
| 103 | A+B=4<C | A+B=4=C | | | A+B=4>C | | |
| 110 | ↓ | I=4 | | | I=3 | | |
| 111 | | I=2 | | | I=2 | | |
| 112 | | X=0 | X=1 | X=2 | X=0 | X=1 | X=2 |
| 120 | | Y=2 | Y=1 | Y=0 | Y=2 | Y=1 | Y=0 |
| 130 | | Z=4 | Z=3 | Z=2 | Z=3 | Z=2 | Z=1 |
| 150 | | W=−2 | W=−1 | W=0 | W=−1 | W=0 | W=1 |
| 160 | | W<0 | W<0 | W≧0 | W<0 | W≧0 | W≧0 |
| 170 | | ↓ | ↓ | PRINT | ↓ | PRINT | PRINT |
| 180 | ↓ | NEXT X | 〃 | 〃 | 〃 | 〃 | 〃 |
| 181 | NEXT V | | | NEXT V | | | NEXT V |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 101 | V=3 | | | V=4 | | V=5 |
| 102 | C=2 | | | C=1 | | C=0 |
| 103 | A+B=4>C | | | A+B=4>C | | A+B=4>C |
| 110 | I=2 | | | I=1 | | I=0 |
| 111 | I=2 | | | I=1 | | I=0 |
| 112 | X=0 | X=1 | X=2 | X=0 | X=1 | X=0 |
| 120 | Y=2 | Y=1 | Y=0 | Y=2 | Y=1 | Y=2 |
| 130 | Z=2 | Z=1 | Z=0 | Z=1 | Z=0 | Z=0 |
| 150 | W=0 | W=1 | W=2 | W=1 | W=2 | W=2 |
| 160 | W≧0 | W≧0 | W≧0 | W≧0 | W≧0 | W≧0 |
| 170 | PRINT | PRINT | PRINT | PRINT | PRINT | PRINT |
| 180 | NEXT X | 〃 | 〃 | 〃 | 〃 | 〃 |
| 181 | | | NEXT V | | NEXT V | 〃 |
| 190 | | | | | | END |

| 解答記号 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|
| ア | 5 | 2 |
| イ | 1 | 2 |
| ウ | 4 | 1 |
| エ | 3 | 1 |
| オ | 1 | 2 |
| カ | 5 | 2 |
| キ | 2 | 2 |
| ク | 2 | 2 |
| ケ | 4 | 2 |
| コサ | 12 | 2 |
| シ | 9 | 2 |

20点

上のようになるから 150行は $\overset{コサ}{\boxed{12}}$ 回

170行は $\underset{シ}{\boxed{9}}$ 回 実行される