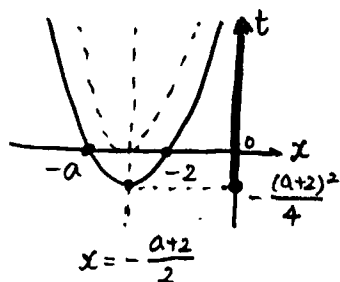


$t = f(x)$ とおくと $a \geq 2$ より $-a \leq -2$ であることから



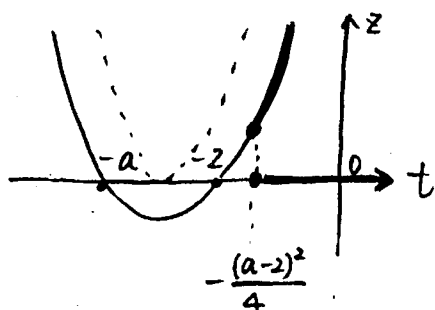
$t = f(x)$ のグラフは左のようになる

$$f(x) = x^2 + (a+2)x + 2a$$

$$\begin{aligned} &= \left(x + \frac{a+2}{2}\right)^2 - \frac{(a+2)^2}{4} + 2a \\ &= \left(x + \frac{a+2}{2}\right)^2 - \frac{a^2 + 4a + 4 - 8a}{4} \\ &= \left(x + \frac{a+2}{2}\right)^2 - \frac{(a-2)^2}{4} \quad \text{より} \end{aligned}$$

t のとりうる値の範囲は $t \geq -\frac{(a-2)^2}{4}$ である

ここで $f(f(x)) > 0$ は $f(t) > 0$ とおいて、これが $t \geq -\frac{(a-2)^2}{4}$ で必ずなりたてばよい



$z = f(t)$ ($t \geq -\frac{(a-2)^2}{4}$) のグラフを考えると

グラフが $t \geq -\frac{(a-2)^2}{4}$ のすべてで $f(t) > 0$ をみたすとき

$$-2 < -\frac{(a-2)^2}{4} \quad \text{であればよいから}$$

$$8 > (a-2)^2 \quad \text{より}$$

$$a^2 - 4a - 4 < 0$$

$$\text{よって} \quad 2 - 2\sqrt{2} < a < 2 + 2\sqrt{2} \quad \text{となる}$$

これと $a \geq 2$ から、求める a の値の範囲は

$$\boxed{2 \leq a < 2 + 2\sqrt{2}} \quad \text{となる}$$

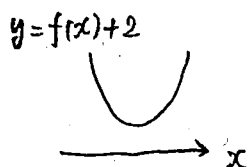
(別解) $f(f(x)) > 0$ より $(f(x)+a)(f(x)+2) > 0$ であり

積が正となるので $f(x)+a, f(x)+2$ は
どちらも正かどちらも負である

ここで $f(x)$ は 2 次の係数が正の 2 次関数であるから
すべての実数 x で "負" になることはない。

よって $f(x)+a, f(x)+2$ のどちらも正とならなければいけないが
 $a \geq 2$ より $f(x)+a \geq f(x)+2$ だから

$f(x)+2$ がすべての実数 x で "正" であればよい



よって $f(x)+2$ の 2 次の係数が正より

$f(x)+2 = 0$ の判別式を D とすると

$D < 0$ であればよいから

$$f(x)+2 = x^2 + (a+2)x + 2a+2 \text{ より}$$

$$D = (a+2)^2 - 4(2a+2) < 0 \text{ だから}$$

$$a^2 - 4a - 4 < 0$$

$$\text{よって } 2 - 2\sqrt{2} < a < 2 + 2\sqrt{2} \text{ となる}$$

但し $a \geq 2$ から、求める a の値の範囲は

$$\boxed{2 \leq a < 2 + 2\sqrt{2}} \text{ となる}$$