

(1) 第 n 群には $(2n+1)$ 個あるから 第 $(n-1)$ 群までには

$$\begin{aligned} n \geq 2 \text{ のとき } & (2 \times 1 + 1) + (2 \times 2 + 1) + \cdots + \{2(n-1) + 1\} \\ &= \frac{(n-1)\{3 + (2n-1)\}}{2} = \frac{(n-1)(2n+2)}{2} = n^2 - 1 \text{ (個) がある} \end{aligned}$$

よって n 群の最初の項は n^2 番目だから その項の数字は $\boxed{n^2}$ ①

(これは $n=1$ でもなりたつ)

第 $(n+1)$ 群の最初の数は $(n+1)^2$ だから

$$\begin{aligned} \text{第 } n \text{ 群の最後の数は } & (n+1)^2 - 1 \\ &= \boxed{n^2 + 2n} \quad \text{となる} \quad \text{②} \end{aligned}$$

(2) S_n は 初項 n^2 , 末項 $n^2 + 2n$, 項数 $2n+1$ の等差数列の和だから

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{(2n+1)\{n^2 + (n^2 + 2n)\}}{2} \\ &= \boxed{n(n+1)(2n+1)} \quad \text{となる} \quad \text{③} \end{aligned}$$

$$\text{また } \frac{S_{n+1}}{S_n} < \frac{3}{2} \text{ をとくと } \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{n(n+1)(2n+1)} < \frac{3}{2} \text{ より}$$

$$n(2n+1) \text{ は正だから } 2(n+2)(2n+3) < 3n(2n+1) \text{ より}$$

$$4n^2 + 14n + 12 < 6n^2 + 3n$$

$$2n^2 - 11n - 12 > 0$$

$$\text{ここで } f(n) = 2n^2 - 11n - 12$$

$$= n(2n-11) - 12 \text{ とおくと}$$

$f(n)$ は $n \leq \frac{11}{4}$ で単調減少, $n \geq \frac{11}{4}$ で単調増加である

$$f(2) = 2 \times (-7) - 12 < 0$$

$$f(3) = 3 \times (-5) - 12 < 0$$

$$f(6) = 6 \times 1 - 12 < 0$$

$$f(7) = 7 \times 3 - 12 > 0 \quad \text{となるから}$$

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} < \frac{3}{2} \text{ をみたす最小の自然数は } n = \boxed{7} \text{ である} \quad \text{④}$$

$$(3) \quad 44^2 = 1936$$

$$45^2 = 2025 \quad \text{であるから}$$

第43群の最後の数は 1935 である.

$$2014 - 1935 = 79 \quad \text{より} \quad 2014 \text{ は 第 } \boxed{44} \text{ 群の } \boxed{79} \text{ 番目となる}$$

⑤
⑥

$$(4) \quad |1, 2, 3| 4, 5, 6, 7, 8| 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15| 16, \dots$$

↓ それぞれ平方根をとり 整数部分をとると

$$|1, 1, 1| 2, 2, 2, 2, 2| 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3| 4, \dots$$

上のよういて $\{a_n\}$ をつくることのできるのを $a_3 = \boxed{1}$ ⑦

$$\sum_{k=1}^{15} a_k = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 7 = 3 + 10 + 21 = \boxed{34} \text{ ⑧}$$

また (3) より

$$\sum_{k=1}^{2014} a_k = \{1 \times 3 + 2 \times 5 + \dots + 43 \times (2 \times 43 + 1)\} + 44 \times 79$$

$$= \sum_{l=1}^{43} (2l^2 + l) + 44 \times 79$$

$$= 2 \times \frac{43(43+1)(2 \times 43 + 1)}{3} + \frac{43(43+1) \times 22}{2} + 44 \times 79$$

$$= 43 \times 44 \times 29 + 43 \times 22 + 44 \times 79$$

$$= 43 \times 22 (2 \times 29 + 1) + 3476$$

$$= 946 \times 59 + 3476$$

$$= 55814 + 3476$$

$$= \boxed{59290} \text{ ⑨}$$

$$\begin{array}{r} 946 \\ \times 59 \\ \hline 8514 \\ 4730 \\ \hline 55814 \\ + 3476 \\ \hline 59290 \end{array}$$