

(1) 1回の試行で (i) (ii) (iii) がおこる確率はそれぞれ $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ であるので

5回の試行のうち、(i) (ii) (iii) がそれぞれ p, q, r 回だけ起こるとすると

$$\text{その確率は } \frac{5!}{p!q!r!} \left(\frac{1}{4}\right)^p \left(\frac{1}{4}\right)^q \left(\frac{1}{2}\right)^r$$

$$= \frac{5!}{p!q!r!} \left(\frac{1}{2}\right)^{2p+2q+r} \quad - \textcircled{1} \quad \text{となる}$$

(但し $p+q+r=5$, p, q, r は 0以上5以下の整数) $- \textcircled{2}$
となる

座標 4 になるとき $1 \times p + (-1) \times q + 0 \times r = 4$ より

$$p - q = 4 \quad \text{をみたすので}$$

$$p = 4 + q \quad \text{であるので}$$

$$4 = 4 + 0 \leq 4 + q \leq 4 + 5 = 9, \quad 0 \leq p \leq 5 \quad \text{より}$$

$$p = 4, 5 \quad \text{であるが} \quad p = 5 \text{ のとき } q = 1 \text{ となり } p+q+r=5 \text{ より不適}$$

よって $(p, q, r) = (4, 0, 1)$ のときのみが解となり

$$\text{求める確率は } \frac{5!}{4!0!1!} \left(\frac{1}{2}\right)^{2 \times 4 + 2 \times 0 + 1} = \frac{5}{2^9} = \boxed{\frac{5}{512}} \quad \text{となる}$$

(2) 座標 3 になるとき (1) と同様にして

$$1 \times p + (-1) \times q + 0 \times r = 3 \quad \text{より}$$

$$p - q = 3$$

これをみたす (p, q) の組は

$$(p, q) = (3, 0), (4, 1) \quad \text{であるので}$$

$$(p, q, r) = (3, 0, 2), (4, 1, 0) \quad \text{となる}$$

$$\text{よって求める確率は } \frac{5!}{3!0!2!} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{6+0+2} + \frac{5!}{4!1!0!} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{8+2+0}$$

$$= 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^8 + 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$= 40 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 5 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{45}{2^{10}} = \boxed{\frac{45}{1024}}$$

(3) 座標 0 になるときも同様にして $p - q = 0$ となるので

$$(p, q) = (0, 0), (1, 1), (2, 2) \quad \text{より}$$

$$(p, q, r) = (0, 0, 5), (1, 1, 3), (2, 2, 1) \quad \text{となるから}$$

求める確率は

$$\frac{5!}{0!0!5!} \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5!}{1!1!3!} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2+2+3} + \frac{5!}{2!2!1!} \left(\frac{1}{2}\right)^{4+4+1}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^5 + 20 \left(\frac{1}{2}\right)^7 + 15 \left(\frac{1}{2}\right)^8 = (8 + 40 + 15) \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \boxed{\frac{63}{256}} \quad \text{となる}$$