

p, q を実数とする t に関する 2 次方程式 $t^2 + pt + q = 0$ の解が虚数になるとき、次の問いに答えよ。

(1) 解の 1 つを α とするとき、 $\alpha(2-\alpha)$ が実数でありかつ $\alpha(2-\alpha) < 2$ となるための p, q の条件を求めよ。

(2) 虚部が負の解を β とする。(1) の条件のもとで $\beta(1-\beta)$ の実部を y 、虚部を x として、座標平面上の点 $P(x, y)$ の軌跡を求めよ。

(3) (2) で求めた軌跡上の点 $P(x, y)$ と定点 $Q(0, 1)$ との距離が最小となるときの点 P の座標と距離 PQ を求めよ。

[14 同志社大]