

$$(1) f(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad t \geq 0$$

$$f'(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2} = \frac{e^{2t} - 1}{2e^t} = \frac{(e^t + 1)(e^t - 1)}{2e^t}$$

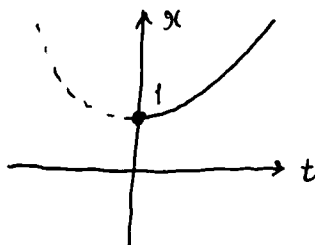
$$t \geq 0 \text{ のとき } e^t + 1 > 0, e^t - 1 \geq 0$$

よって $t \geq 0$ の $f(t)$ の増減表は以下のようになる

t	0	...
$f'(t)$		+
$f(t)$	1	↗

$$f(0) = \frac{e^0 + e^{-0}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$

ゆえに $x = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$ のグラフは以下のようになる



$$(2) \quad x = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ のとき } \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{\frac{(e^t + e^{-t})^2}{4} - 1}$$

$$= \sqrt{\frac{e^{2t} + e^{-2t} + 2 - 4}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{(e^t - e^{-t})^2}{4}} = \sqrt{\left\{ \frac{f'(t)}{2} \right\}^2}$$

$$= |f'(t)| = \frac{e^t - e^{-t}}{2} \quad \left(\begin{array}{l} t \geq 0 \text{ のとき} \\ f'(t) \geq 0 \text{ となる} \end{array} \right)$$

$$(3) \quad P(a, b) \text{ と } a = \frac{e^s + e^{-s}}{2} \quad (s > 0) \text{ のとき, } y = \sqrt{x^2 - 1} \text{ と } b = \sqrt{a^2 - 1} = \frac{e^s - e^{-s}}{2} \quad (s > 0)$$

また、求める面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2}ab - \int_1^a \sqrt{x^2 - 1} dx$$

$$\because x = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \text{ とおくと } \sqrt{x^2 - 1} = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

$$\text{また } dx = \frac{e^t - e^{-t}}{2} dt \quad \begin{array}{c} x | 1 \cdots a \\ t | 0 \cdots s \end{array} \text{ と}$$

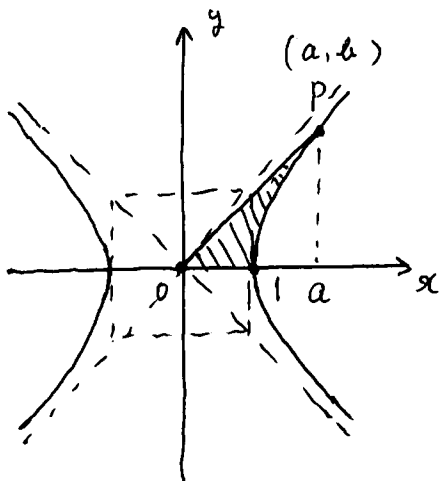
$$S = \frac{1}{2} \times \frac{e^s + e^{-s}}{2} \times \frac{e^s - e^{-s}}{2} - \int_0^s \left(\frac{e^t - e^{-t}}{2} \right)^2 dt$$

$$= \frac{e^{2s} - e^{-2s}}{8} - \int_0^s \frac{e^{2t} + e^{-2t} - 2}{4} dt$$

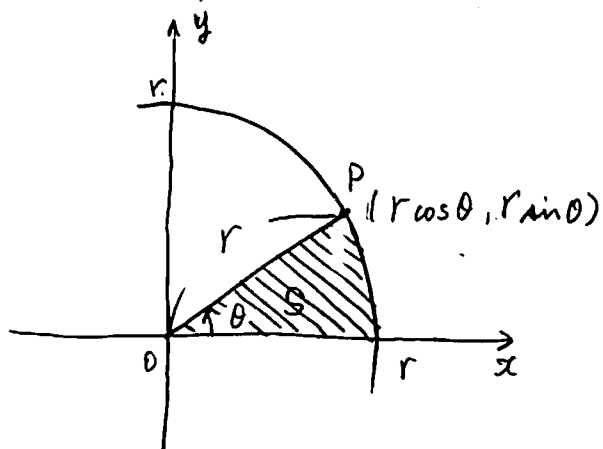
$$= \frac{e^{2s} - e^{-2s}}{8} - \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2} e^{2t} - \frac{1}{2} e^{-2t} - 2t \right]_0^s$$

$$= \frac{e^{2s} - e^{-2s}}{8} - \frac{e^{2s} - e^{-2s} - 4s}{8} + \frac{1 - 1}{8}$$

$$= \boxed{\frac{s}{2}} \quad \text{となる}$$



三角関数

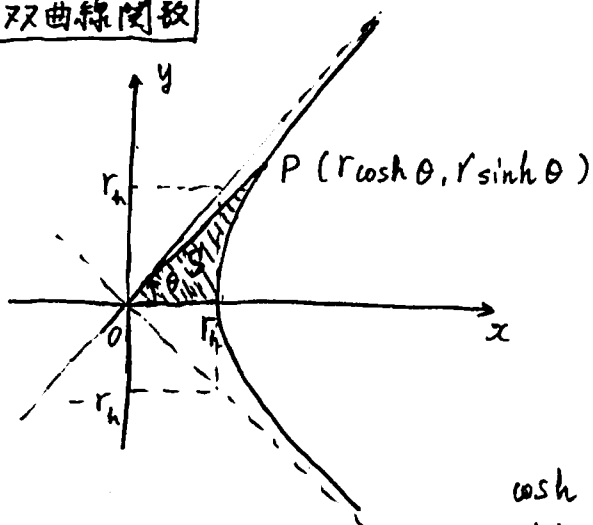


$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1)$$

$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

双曲線関数



$$\begin{cases} x = r \cosh \theta = r \cdot \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2} \\ y = r \sinh \theta = r \cdot \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2} \end{cases}$$

$$x^2 - y^2 = r_h^2 \quad (\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta = 1)$$

$$S = \frac{1}{2} r_h^2 \theta$$

$\cosh$: ハイパーボリックコサイン

$\sinh$: ハイパーボリックサイン と読む