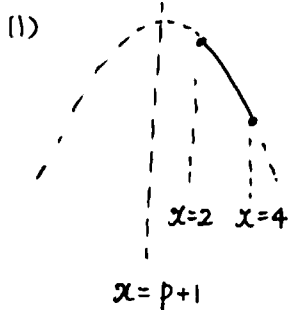


$$y = -x^2 + 2x + 2$$

$$= -(x-1)^2 + 3 \quad \text{より 頂点は } \left(\boxed{1}, \boxed{3} \right)$$

$f(x)$ は このグラフを x 軸方向に p , y 軸方向に q 平行移動したものであるから

$$y = -(x-p-1)^2 + 3 + q \quad \text{となる}$$

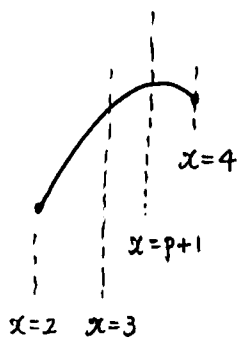


$2 \leq x \leq 4$ で $f(2)$ が最大るとき

$$p+1 \leq 2 \quad \text{より}$$

$$p \leq \boxed{1}$$

ウ③ エ



最小値が $f(2)$ のとき

$$3 \leq p+1 \quad \text{より}$$

$$p \geq \boxed{2}$$

オ② カ

解答記号	正解	配点
アイ	13	5
ウエ	31	5
オカ	22	5
キクケ	-12	2
コサシ	134	3
		20点

(2) $-2 < x < 3$ を解にもつ 2次不等式のひとつは

$$(x+2)(x-3) < 0 \quad \text{であるから}$$

$$-x^2 + x + 6 > 0 \quad \text{となる}$$

$$f(x) = -x^2 + 2(p+1)x - (p+1)^2 + 3 + q \quad \text{であるから}$$

$$\begin{cases} 2(p+1) = 1 & \text{--- ①} \\ -(p+1)^2 + 3 + q = 6 & \text{--- ②} \end{cases} \quad \text{をみたせばよい}$$

①より $p+1 = \frac{1}{2}$ から $p = \boxed{\frac{-1}{2}}$ キクケ

②より $-\frac{1}{4} + 3 + q = 6$ より

$$q = 3 + \frac{1}{4} = \boxed{\frac{13}{4}}$$
 コサシ

(1) 「 $(p_1 \text{ か } p_2) \Rightarrow (q_1 \text{ か } q_2)$ 」の対偶は

$$\neg(q_1 \text{ か } q_2) \Rightarrow \neg(p_1 \text{ か } p_2) \quad \text{①}$$

(2) 30以下の自然数で

$$p_1 \text{ は } \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$$

$$p_2 \text{ は } \{1, 3, 5, 9, 11, 15, 17, 21, 27, 29\}$$

$$\text{よって } p_1 \text{ か } p_2 \text{ は } \{3, 5, 11, 17, 29\}$$

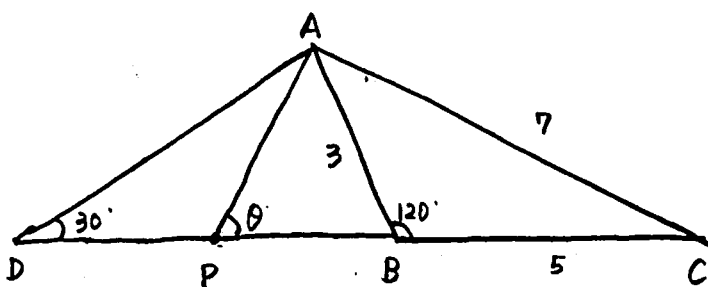
$$q_1 \text{ は } \{4, 9, 14, 19, 24, 29\}$$

$$q_2 \text{ は } \{5, 11, 17, 23, 29\}$$

$$\text{よって } \neg q_1 \text{ か } q_2 \text{ は } \{5, 11, 17, 23\}$$

ゆえに 「 $(p_1 \text{ か } p_2) \Rightarrow (\neg q_1 \text{ か } q_2)$ 」の反例は $\boxed{3}$ と $\boxed{29}$
イ ウエ

解答記号	正解	配点
ア	1	4
イ	3	3
ウエ	29	3
10点		



余弦定理より

$$AC^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos 120^\circ$$

$$= 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (-\frac{1}{2})$$

$$= 34 + 15$$

$$= 49 \quad \text{よって } AC = \boxed{7}$$

$$\sin \angle ABC = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}} \text{ カキ}$$

正弦定理より $\frac{7}{\sin B} = \frac{3}{\sin C}$ だから

$$\sin \angle BCA = \frac{3}{7} \sin B = \frac{3}{7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{3\sqrt{3}}{14}} \text{ ケコサ}$$

$$\frac{7}{\sin D} = \frac{3\sqrt{3}}{\sin C} \quad \text{より} \quad \sin D = \frac{7}{3\sqrt{3}} \sin C = \frac{7}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{14} = \frac{1}{2}$$

$$\text{よって } D = 30^\circ$$

$\angle APC = \theta$ とすると $\triangle APC$ の外接円の半径 R は

$$2R = \frac{7}{\sin \theta} \quad \text{より}$$

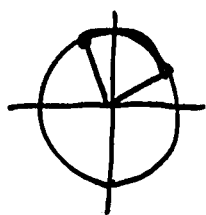
$$R = \frac{7}{2 \sin \theta} \quad \text{である}$$

$$\text{よって } 30^\circ \leq \theta \leq 120^\circ \text{ より}$$

$$\frac{1}{2} \leq \sin \theta \leq 1 \quad \text{よって } 1 \leq \frac{1}{\sin \theta} \leq 2 \quad \text{だから}$$

$$\frac{7}{2} \leq \frac{7}{2 \sin \theta} \leq 2 \cdot \frac{7}{2} \quad \text{より}$$

$$\therefore \boxed{\frac{7}{2}} \leq R \leq \boxed{7} \text{ セ.} \quad \text{である}$$



解答記号	正解	配点
オ	7	3
カキ	32	3
ケコサ	3314	3
シス	72	3
セ	7	3

15点

[1] (1)

1	10
---	----

11	20
----	----

21	30
----	----

31	40
----	----

第3四分位数は小さい方から30人目と31人目の間になるので

④ 25m以上30m未満に入る
ア

(2) 第3四分位数が25~30の間より ①か④か⑤

第1四分位数は15~20の間より ①か④

よって矛盾するものは ①, ②, ③, ⑤
イ ウ エ オ

(3) A-a 第1四分位数が上がっているので矛盾

C-c 最大値が下がっているので矛盾

よって矛盾するものは ①, ②
カ キ

[2]
$$r = \frac{(\text{共分散})}{(1\text{回目と2回目の標準偏差の積})}$$

$$= \frac{54.30}{8.21 \times 6.98}$$

$$\approx 0.947$$

よって ⑦ 0.95 が最も近い
ク

$$\begin{array}{r} 8.21 \\ 6.98 \\ \hline 6568 \\ 7389 \\ 4926 \\ \hline 573058 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.947 \\ 57.31 \overline{) 54.30} \\ \underline{51.579} \\ 2721 \\ \underline{22924} \\ 4286 \end{array}$$

解答記号	正解	配点
ア	4	3
イウエオ	0235	4
カキ	02	6
ク	7	2

15点

(1)



いちばん左は 3通り であり 2番目からは すぐ左の色以外の 2通りずつあるから

$$3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \boxed{48} \text{ (通り)}$$

アイ

(2)

左は 3通り、その次は 2通り、まん中は 2通り、左から 4、5番目は

それぞれ左から 2、1番目にぬった色となるので

$$3 \times 2 \times 2 = \boxed{12} \text{ (通り)}$$

ウエ

解答記号	正解	配点
アイ	48	3
ウエ	12	2
オ	2	3
カ	4	3
キ	4	2
クケ	12	2
コサ	16	2
シス	26	3

20点

(3)

一番左は 2通りであとは 1通りずつしかないのので $\boxed{2}$ 通り

オ

(4)



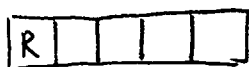
3枚 赤でぬるときは 両端とまん中である

左から 2番目と4番目はそれぞれ 2通りずつあるので $2 \times 2 = \boxed{4}$ (通り)

カ

(5)

赤が 1枚のとき



左はしが 赤なら 2番目は 2通りで 3~5番目は 1通りずつ

よって 2通り

右はしが 赤のときも 2通り よってどちらかの端が赤であるのは

$$\boxed{4} \text{ 通り}$$

キ

端以外が 赤であるのは

赤の両どなりがそれぞれ 2通りずつあり

赤の場所が 3通りあるので

$$2^2 \times 3 = \boxed{12} \text{ (通り)}$$

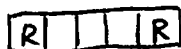
クケ

よって 赤が 1枚であるのは $\boxed{16}$ 通り

コサ

(6)

赤が 2枚のとき



左から

2番目の 2通りのみ



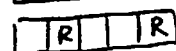
2番目 2通り、5番目 2通り 計 4通り



2番目 2通り、4番目 2通り 計 4通り



1、3、5番目 それぞれ 2通り 計 $2^3 = 8$ (通り)



1番目、4番目 2通りずつ 計 4通り



2、4番目 2通りずつ 計 4通り

よって 合計して $\boxed{26}$ 通り

シス

$$(1) 756 = 2^{\overline{2}} \times 3^{\overline{3}} \times \overline{7}^{\overline{1}} \text{ であるから 正の約数の個数は}$$

$$3 \times 4 \times 2 = 24 \text{ より } \boxed{24} \text{ 個}$$

エオ

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 756} \\ 2 \overline{) 378} \\ 3 \overline{) 189} \\ 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

$$(2) \sqrt{am} = \sqrt{2^2 \times 3^3 \times 7m}$$

$$= 2 \times 3 \sqrt{3 \times 7 \times m} \text{ より } \sqrt{am} \text{ が自然数となる}$$

$$\text{最小の } m \text{ は } m = 3 \times 7 = \boxed{21}$$

カキ

$$\sqrt{am} = 6\sqrt{21m} \text{ が自然数となるのは } m = 21k^2 \text{ (} k \text{ は自然数) であり}$$

$$\text{このとき } \sqrt{am} = 6\sqrt{21 \times 21k^2} = 6 \times 21k = \boxed{126}k \text{ となる}$$

クケコ

$$(3) 126k - 11l = 1 \text{ --- ① をとく}$$

ユークリッドの互除法(右)より

$$126 \times (-2) - 11 \times (-23) = 1 \text{ --- ④}$$

をみたすから

$$\text{① --- ④ より}$$

$$126(k+2) - 11(l+23) = 0 \text{ だから}$$

$$126(k+2) = 11(l+23) \text{ がなりたつ}$$

126 と 11 は互いに素だから

$$\begin{cases} k+2 = 11n \\ l+23 = 126n \end{cases} \text{ (} n \text{ は整数) がなりたつので}$$

$$\begin{cases} k = 11n - 2 \\ l = 126n - 23 \end{cases} \text{ となる}$$

$k > 0$ となる整数解のうち、 k が最小となるのは

$n = 1$ のときであり、このとき

$$k = 11 - 2 = \boxed{9}, \quad l = 126 \times 1 - 23 = \boxed{103} \text{ となる}$$

サ シスセ

$$(4) \sqrt{am} \text{ が 11 で割ると 1 余る 自然数のとき、}$$

$$(2) \text{ より } \sqrt{am} = 126k \text{ とできるので}$$

$$126k = 11l + 1 \text{ より}$$

$$126k - 11l = 1$$

よって (3) の ① をみたすので $k = 11n - 2$ (n は整数) となるから

$$\sqrt{am} = 126k = 126(11n - 2) \text{ であり}$$

$$k = 9 \text{ で } m \text{ は最小だから } m = 21k^2 \text{ より } m = 21 \times 9^2 = \boxed{1701} \text{ となる}$$

ソタツ

$$126 = 11 \times 11 + 5 \text{ より } 5 = 126 - 11 \times 11 \text{ --- ②}$$

$$11 = 5 \times 2 + 1 \text{ より } 1 = 11 - 5 \times 2 \text{ --- ③}$$

$$\text{② を ③ に代入して } 1 = 11 - (126 - 11 \times 11) \times 2 \text{ より}$$

$$1 = 11 - 2 \times 126 + 22 \times 11$$

$$1 = -2 \times 126 + 23 \times 11$$

$$a = 126, l = 11 \text{ とすると}$$

$$a = 126 \text{ --- ⑤}$$

$$l = 11 \text{ --- ⑥}$$

$$\text{⑤ --- ⑥} \times 11 \quad a - 11l = 5 \text{ --- ⑦}$$

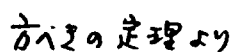
$$\text{⑥ --- ⑦} \times 2 \quad -2a + 23l = 1$$

$$\text{よって } 126 \times (-2) - 11 \times (-23) = 1 \text{ --- ④}$$

をみたす

解答記号	正解	配点
アイウ	237	3
エオ	24	3
カキ	21	3
クケコ	126	3
サ	9	2
シスセ	103	2
ソタツ	1701	4
		20点

$$\begin{array}{r} 189 \\ \times 9 \\ \hline 1701 \end{array}$$



$$(BE + \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = 10 \quad \text{より}$$

$$\therefore BE = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \text{ u}$$

またメネラウスの定理より

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{DP}{PE} \cdot \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow \frac{DP}{EP} = \frac{3}{5} \quad \text{--- (1)}$$

$\triangle ABC \sim \triangle EDC$ であるから

$$DE:2 = 5:\sqrt{5} \text{ だから}$$

$$DE = \frac{2.5}{\sqrt{5}} = \boxed{2\sqrt{5}} \quad - (2)$$

①②から $EP = \frac{5}{8} DE = \frac{\frac{5\sqrt{5}}{4}}{2}$ サシ となる

20点