

平成23年度

追試験

Ⓜ

数学Ⅰ・数学A (100点満点)

問題 番号 (配点)	解答記号	正 解	配点	問題 番号 (配点)	解答記号	正 解	配点
第1問 (20)	$\sqrt{ア}$	$\sqrt{2}$	2	第3問 (30)	$\frac{ア}{イ}$	$\frac{1}{5}$	3
	$\frac{(x+\sqrt{イウ})}{(y-\sqrt{エオ})}$	$\frac{(x+\sqrt{10})}{(y-\sqrt{10})}$	2		$\frac{ウ\sqrt{エ}}{オ}$	$\frac{2\sqrt{6}}{5}$	3
	$-\sqrt{カキ} < x < \sqrt{ケコ}$	$-\sqrt{10} < x < 6 + \sqrt{10}$	3		$カ\sqrt{キ}$	$6\sqrt{6}$	3
	$\frac{\sqrt{サ}-\sqrt{シ}}{ス}$	$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{6}$	3		$\frac{ク\sqrt{ケ}}{コ}$	$\frac{2\sqrt{6}}{3}$	3
	セ	0	2		サ	2	3
	ソ	3	2		シ	4	2
	タ	2	2		ス	3	2
	チ	1	2		セ	9	2
	ツ	0	2		ソ:タ	2:9	3
第2問 (25)	$\frac{a-ア}{a}$	$\frac{a-4}{a}$	3	第4問 (25)	チ $\sqrt{ツ}$	$3\sqrt{6}$	3
	イ	4	2		$\sqrt{テ}$	$\sqrt{7}$	3
	$\frac{ウa+4}{エa}$	$\frac{3a+4}{4a}$	4		アイウ	252	3
	$\frac{オ}{カ}$	$\frac{5}{8}$	3		エオカ	166	4
	$\frac{キク}{ケコ}$	$\frac{45}{32}$	4		キ,ク	4,3	4
	$\frac{サ}{シ}$	$\frac{8}{5}$	3		ケ,コサ	8,35	4
	ス	2	2		$\frac{シ}{スセ}$	$\frac{2}{63}$	2
	$\frac{セ}{ソ} \leq t \leq \frac{タ}{チ}$	$\frac{6}{5} \leq t \leq 2$	4		$\frac{ソ}{タチ}$	$\frac{5}{63}$	2
					$\frac{ツ}{テト}$	$\frac{5}{63}$	2
					$\frac{ナニヌ}{ネノ}$	$\frac{148}{63}$	4

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt{2}xy - 2\sqrt{5}x + 2\sqrt{5}y - 10\sqrt{2} \\
 &= \sqrt{2} (xy - \sqrt{10}x + \sqrt{10}y - 10) \\
 &= \underbrace{\sqrt{2}}_P (x + \underbrace{\sqrt{10}}_{\text{イウ}})(y - \underbrace{\sqrt{10}}_{\text{エオ}})
 \end{aligned}$$

(1) $y = x - 6$ のとき

$$A < 0 \text{ をとくと}$$

$$\sqrt{2} (x + \sqrt{10}) \{x - (6 + \sqrt{10})\} < 0 \text{ より}$$

$$-\underbrace{\sqrt{10}}_{\text{カキ}} < x < \underbrace{6}_7 + \underbrace{\sqrt{10}}_{\text{ケコ}} \text{ である}$$

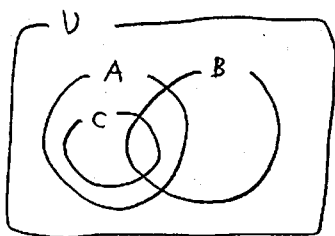
(2) $(x, y) = (3, 4)$ のとき

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{A} &= \frac{1}{\sqrt{2} (3 + \sqrt{10}) (4 - \sqrt{10})} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2} (12 - 10 + \sqrt{10})} \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}} \\
 &= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{2(2 - 5)} = \frac{\overset{\#}{\sqrt{5}} - \overset{\text{シ}}{\sqrt{2}}}{\underset{\text{ス}}{6}}
 \end{aligned}$$

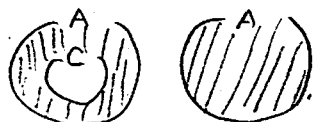
解答記号	正解	配点
ア	2	2
イウエオ	1010	2
カキケコ	10610	3
サシス	526	3

10点

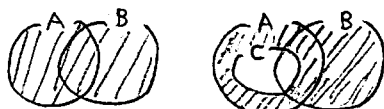
- (1) A, B, C を表す図は $\boxed{\text{①}}$ である



- (2) $x \in C$ は $x \in A \cap B$ であるための $\boxed{\text{③}}$ 必要条件でも十分条件でもない
 $x \in A \cap \bar{C}$ は $x \in A$ であるための $\boxed{\text{②}}$ 十分条件



$x \in A \cup B$ は 「 $x \in A \cap \bar{C}$ or $x \in B$ 」 であるための $\boxed{\text{①}}$ 必要条件



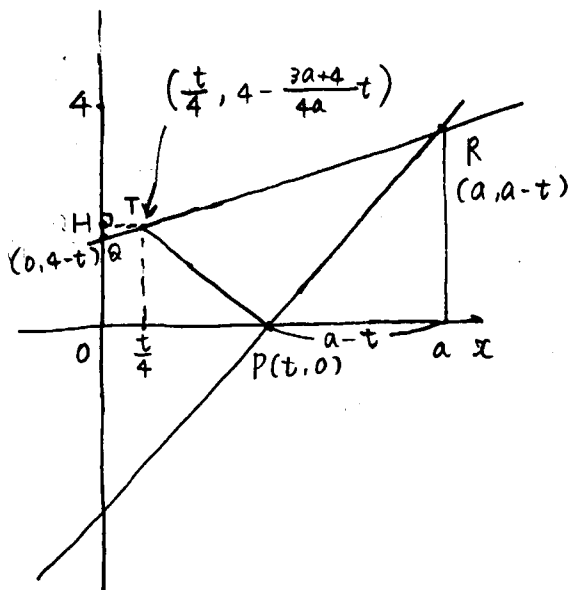
$x \in A \cup B$ は 「 $x \in A$ or $x \in B \cap \bar{C}$ 」 であるための $\boxed{\text{②}}$ 必要十分条件



よって正解

解答記号	正解	配点
セ	0	2
ソ	3	2
タ	2	2
チ	1	2
ツ	0	2

10点



$$QR \text{ の傾きは } \frac{(a-t)-(4-t)}{a} = \frac{a-4}{a}$$

直線 QR は

$$y = \frac{a-4}{a}x + 4-t \text{ であり}$$

$$x = \frac{t}{4} \text{ のとき}$$

$$y = \frac{a-4}{4a}t + 4-t$$

$$= 4 + \frac{a-4-4a}{4a}t$$

$$= \boxed{4} - \frac{\boxed{3a+4}}{\boxed{4a}}t \quad \text{となる}$$

台形 OPTH の面積 S は

$$S = \frac{1}{2} \left(t + \frac{t}{4} \right) \times \left(4 - \frac{3a+4}{4a}t \right)$$

$$= \boxed{\frac{5}{8}}t \left(4 - \frac{3a+4}{4a}t \right) \quad \text{となる}$$

(1) $a=1$ のとき

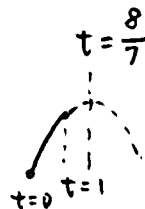
$$S = \frac{5}{8}t \left(4 - \frac{7}{4}t \right)$$

$$= \frac{5}{8} \left(-\frac{7}{4}t^2 + 4t \right)$$

$$= \frac{5}{8} \left\{ -\frac{7}{4} \left(t - \frac{8}{7} \right)^2 + \frac{64}{28} \right\} \text{ より } t = \frac{8}{7} \text{ が軸から}$$

$$t=1 \text{ での } S \text{ は最大値となり } S = \frac{5}{8} \times 1 \left(4 - \frac{7}{4} \times 1 \right)$$

$$= \frac{5}{8} \times \frac{9}{4} = \boxed{\frac{45}{32}} \quad \text{となる}$$



(2) $a=2$ のとき

$$S = \frac{5}{8}t \left(4 - \frac{10}{8}t \right)$$

$$= \frac{5}{8} \left(-\frac{5}{4}t^2 + 4t \right)$$

$$= \frac{5}{8} \left\{ -\frac{5}{4} \left(t - \frac{8}{5} \right)^2 + \frac{16}{5} \right\} \quad t=0 \quad t=2$$

$$t = \frac{8}{5} \text{ での } S \text{ は最大値となり } S = \frac{5}{8} \times \frac{16}{5} = \boxed{2} \quad \text{となる}$$

$$\text{よって } S \geq \frac{15}{8} \text{ をとくと } \frac{5}{8} \left(-\frac{5}{4}t^2 + 4t \right) \geq \frac{15}{8} \text{ より}$$

$$-\frac{5}{4}t^2 + 4t \geq 3$$

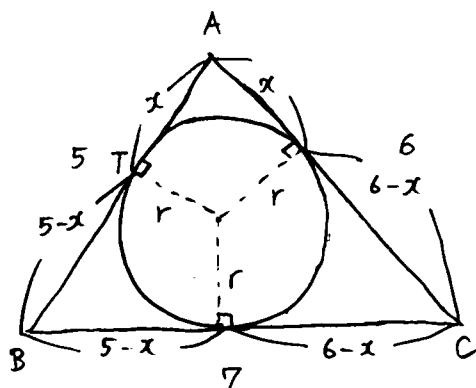
$$5t^2 - 16t + 12 \leq 0$$

$$(5t-6)(t-2) \leq 0$$

$$\text{よって } \boxed{\frac{6}{5}} \leq t \leq \boxed{2} \quad \text{となる}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{-2}{-6}$$

解答記号	正解	配点
ア	4	3
イ	4	2
ウエ	34	4
オカ	58	3
キクコ	4532	4
サシ	85	3
ス	2	2
セツ	652	4
		25点



$$\cos \angle BAC = \frac{5^2 + 6^2 - 7^2}{2 \times 5 \times 6} = \frac{25 + 36 - 49}{60} = \frac{12}{60} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

$$\sin \angle BAC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle BAC} = \sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{24}}{5} = \boxed{\frac{2\sqrt{6}}{5}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta ABC &= \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \sin \angle BAC \\ &= 15 \times \frac{2\sqrt{6}}{5} = \boxed{6\sqrt{6}} \end{aligned}$$

$$(1) \quad \frac{1}{2} (5+6+7)r = \Delta ABC \text{ より}$$

$$9r = 6\sqrt{6} \quad \therefore r = \boxed{\frac{2\sqrt{6}}{3}}$$

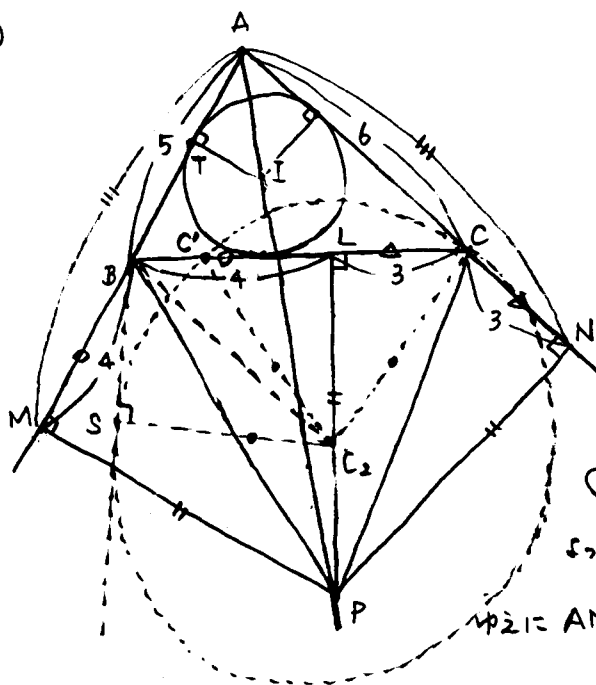
AT=x とすると上図のようになり

$$BC = (5-x) + (6-x) = 7 \text{ より}$$

$$11 - 2x = 7$$

$$\therefore x = \frac{11-7}{2} = \boxed{2} \text{ ㉔}$$

(2)



$$\Delta PBM \equiv \Delta PBL \text{ より}$$

$$BM = BL$$

$$\Delta PCN \equiv \Delta PCL \text{ より}$$

$$CN = CL \text{ であるので}$$

$$BM + CN = BC = 7 \quad \text{--- ①}$$

$$\Delta PBM \equiv \Delta PCN \text{ より}$$

$$AM = AN \text{ から}$$

$$5 + BM = 6 + CN \text{ より}$$

$$BM - CN = 1 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ より } 2BM = 8 \text{ から } BM = \boxed{4}$$

$$\therefore \text{①} \text{ より } CN = 7 - BM = 7 - 4 = \boxed{3}$$

$$\therefore AN = 6 + 3 = \boxed{9} \text{ となる}$$

また、 $\triangle AIT$ と $\triangle APM$ より

$$AI : AP = AT : AM = \overset{\text{ソ}}{\boxed{2}} : \overset{\text{タ}}{\boxed{9}} \text{ であり}$$

$$IT : PM = 2 : 9 \text{ より}$$

$$PM = \frac{9}{2} IT = \frac{9}{2} \times \frac{2\sqrt{6}}{3} = \overset{\text{チツ}}{\boxed{3\sqrt{6}}} \text{ となる}$$

(3) PL上に中心をもちCを通る円の中心を C_2 .

この円とBCとの交点のうちCでない方を C'

Bから円にひいた接線の接点をSとすると

$$\triangle C_2LC \equiv \triangle C_2LC' \text{ より}$$

$$CL = C'L = 3 \text{ だから } BC' = 4 - 3 = 1$$

$$\text{よって方べきの定理より } BS^2 = BC \times BC' \\ = 7 \times 1 \text{ だから}$$

$$BC = \underset{\text{テ}}{\boxed{\sqrt{7}}} \text{ となる}$$

解答記号	正解	配点
アイ	15	3
ウエオ	265	3
カキ	676	3
クケコ	263	3
サ	2	3
シ	4	2
ス	3	2
セ	9	2
ソタ	29	3
チツ	36	3
テ	7	3

30点

$$(1) \text{ 5枚のカードのとりだし方は } {}_{10}C_5 = \frac{{}_{10}P_5}{5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{714}{252} \text{ (通り)}$$

そのうち L が偶数となるのは

$$L=10 \text{ のとき } {}_9C_4 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$$

$$L=8 \text{ のとき } {}_7C_4 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

$$L=6 \text{ のとき } {}_5C_4 = 5$$

L ≤ 4 の場合はない

$$\text{よって } 126 + 35 + 5 = 166 \text{ より } \boxed{166} \text{ 通り}$$

解答記号	正解	配点
アイウ	252	3
エオカ	166	4
キク	43	4
ケコサ	835	4
シスセ	263	2
ソタチ	563	2
ツテト	563	2
ナニヌネノ	14863	4
		25点

$$(2) \text{ とり得る正の得点で最も低いのは } \boxed{4} \text{ 点であり}$$

(L, S) = (9, 5), (7, 3), (5, 1) の場合が各1通りずつあるから

$\boxed{3}$ 通り となる

とり得る得点で最も高いのは (L, S) = (9, 1) のときで $\boxed{8}$ 点であり

このとき のこり3枚は 2~8 の7枚から3枚えらんで

$${}_7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35 \text{ より } \boxed{35} \text{ 通り}$$

$$(3) \text{ 5点となるのは } (L, S) = (9, 4), (7, 2) \text{ のときで}$$

のこりのえらび方は それぞれ ${}_4C_3 = 4$ より

$$\text{求める確率は } \frac{{}_4C_3 \times 2}{252} = \frac{4 \times 2}{252} = \frac{2}{63} \text{ である}$$

$$6点となるのは (L, S) = (9, 3), (7, 1) \text{ のときで}$$

$$\frac{{}_5C_3 \times 2}{252} = \frac{10 \times 2}{252} = \frac{5}{63} \text{ である}$$

$$7点となるのは (L, S) = (9, 2) \text{ のときで}$$

$$\frac{{}_6C_3}{252} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{20}{252} = \frac{5}{63} \text{ である}$$

$$\text{得点の期待値は } 4 \times \frac{3}{252} + 5 \times \frac{8}{252} + 6 \times \frac{20}{252} + 7 \times \frac{20}{252} + 8 \times \frac{35}{252}$$

得点	4	5	6	7	8	0
確率	$\frac{3}{252}$	$\frac{8}{252}$	$\frac{20}{252}$	$\frac{20}{252}$	$\frac{35}{252}$	$\frac{166}{252}$

$$= \frac{4}{252} (3 + 10 + 30 + 35 + 70)$$

$$= \frac{1}{63} \times 148 = \frac{148}{63} \text{ ナニヌネノ}$$