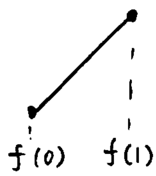
$f(x) = (1+2a)(1-x) + (2-a)x$

$= (-1-2a+2-a)x + 2a+1$

$= (-\underset{ア}{\boxed{3}}a+\underset{イ}{\boxed{1}})x + 2a+1$

(1) $-3a+1 \geqq 0$ のとき，即ち $a \leqq \frac{1}{3}$ のとき，$f(x)$ の傾きは正より

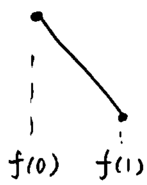
最小値は $f(0) = \underset{ウ}{\boxed{2}}a + \underset{エ}{\boxed{1}}$



$-3a+1>0$ のとき，即ち $a > \frac{1}{3}$ のとき，$f(x)$ の傾き負より

最小値は $f(1) = -3a+1+2a+1$

$= \underset{オ}{\boxed{-}}a + \underset{カ}{\boxed{2}}$



(2) $0 \leqq x \leqq 1$ で常に $f(x) \geqq \frac{2(a+2)}{3}$ となるのは ((1)の最小値) $\geqq \frac{2(a+2)}{3}$ であればよいので

$a \leqq \frac{1}{3}$ のとき　$2a+1 \geqq \frac{2(a+2)}{3}$ より

$6a+3 \geqq 2a+4$

$4a \geqq 1$

$a \geqq \frac{1}{4}$　　よって $\frac{1}{4} \leqq a \leqq \frac{1}{3}$　―①

$a > \frac{1}{3}$ のとき　$-a+2 \geqq \frac{2(a+2)}{3}$ より

$-3a+6 \geqq 2a+4$

$5a \leqq 2$

$a \leqq \frac{2}{5}$　　よって $\frac{1}{3} < a \leqq \frac{2}{5}$　―②

①②より求める a の値の範囲は $\frac{\overset{キ}{\boxed{1}}}{\underset{ク}{\boxed{4}}} \leqq a \leqq \frac{\overset{ケ}{\boxed{2}}}{\underset{コ}{\boxed{5}}}$

解答記号	正　解	配点
−アa+イ	−3a+1	2
ウa+エ	2a+1	2
オa+カ	−a+2	2
キ/ク	1/4	2
ケ/コ	2/5	2

(1) A：有理数全体 ， B：無理数全体 とすると

(i) $A \boxed{\supset} \{0\}$　$\boxed{サ}$ ③　　　(ii) $\sqrt{28} \boxed{\in} B$　$\boxed{シ}$ ⓪

(iii) $A = \{0\} \boxed{\cup} A$　$\boxed{ス}$ ⑤　　　(iv) $\emptyset = A \boxed{\cap} B$　$\boxed{セ}$ ④　　である

(2) $(p：x$ は無理数$) \underset{\times}{\overset{\bigcirc}{\rightleftarrows}} (q：x+\sqrt{28}$ は有理数$)$

○ ($x = -\sqrt{28}$ + (有理数) でないといけない)

× (反例 $x=\sqrt{3}$ など)

q であるためには p であることが $\boxed{必要}$ である

$\boxed{ソ}$ ①

$(p：x$ は無理数$) \underset{\times}{\overset{\times\ (x=0)}{\rightleftarrows}} (r：\sqrt{28}\,x$ は有理数$)$

× (反例 $x=\sqrt{3}$ など)　　$\sqrt{28} = \sqrt{2^2 \times 7}$

p は r であるための $\boxed{必要条件でも十分条件でもない}$

$\boxed{タ}$ ③

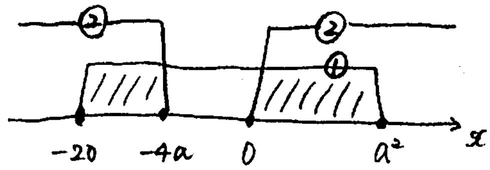
解答記号	正解	配点
サ，シ	3，0	2
ス，セ	5，4	2
ソ	1	3
タ	3	3

$$\begin{cases} x^2+(20-a^2)x-20a^2 \leqq 0 & —① \\ x^2+4ax \geqq 0 & —② \end{cases}$$

①より $(x-a^2)(x+20) \leqq 0$ であるので ①の解は $\underbrace{\boxed{-20}}_{チツテ} \leqq x \leqq a^2$ である

また②より $x(x+4a) \geqq 0$ であり a は正だから

$$x \leqq \underbrace{\boxed{-4}}_{トナ}a,\ \underbrace{\boxed{0}}_{ニ} \leqq x \quad となる$$



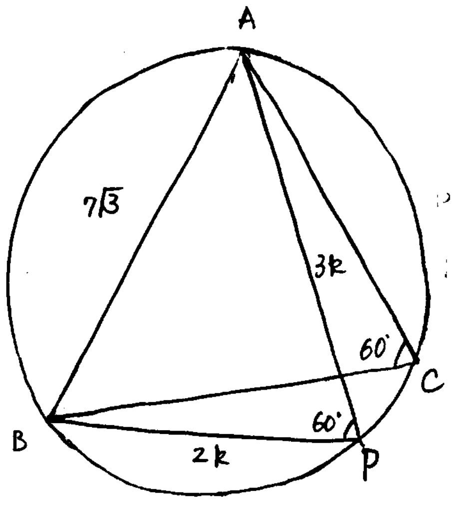
よって この連立方程式をみたす負の実数が

存在するとき $-20 \leqq -4a$ より

$a \leqq 5$

また $1 \leqq a$ より $1 \leqq a \leqq \underbrace{\boxed{5}}_{ヌ}$ となる

解答記号	正解	配点
チツテ	-20	3
トナa, ニ$\leqq x$	$-4a$, $0 \leqq x$	3
ヌ	5	4



$2R = \dfrac{a}{\sin C}$ より

$R = \dfrac{7\sqrt{3}}{2\sin 60°} = \dfrac{7\sqrt{3}}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \boxed{7}$ ア

(1) $2PA = 3PB$ のとき

$PA : PB = 3 : 2$ より

$PA = 3k$, $PB = 2k$ とおけるので

余弦定理より

$(7\sqrt{3})^2 = 9k^2 + 4k^2 - 2 \times 3k \times 2k \cos 60°$ から

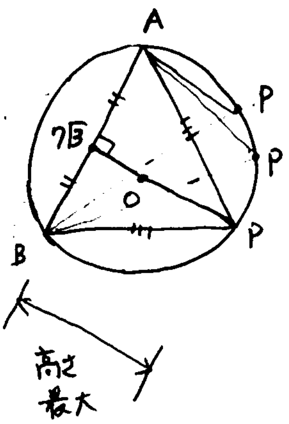
$49 \times 3 = 13k^2 - 6k^2$

$49 \times 3 = 7k^2$

よって $k^2 = 21$ より $k = \sqrt{21}$

ゆえに $PA = 3k = \boxed{3\sqrt{21}}$
イウエ

(2) ABを底辺とみて高さが最大のとき面積が最大だから

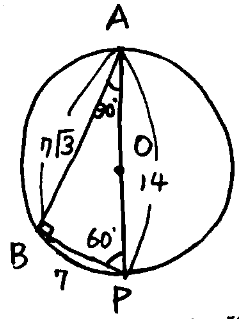


円の中心を通るときより

$AC = BC$ で $C = 60°$ のときだから

正三角形となり $PA = \boxed{7\sqrt{3}}$ のときとなる
オカ

(3) $\sin\angle PBA$ が最大となるのは $\angle PBA = 90°$ のときだから 直角三角形となり



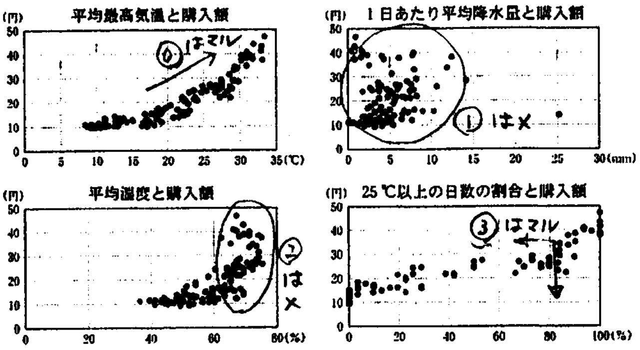
$\angle APB = 60°$ より $AP = \boxed{14}$ となる
キク

このとき $\triangle PAB$ の面積は

$\dfrac{1}{2} AB \cdot BP = \dfrac{1}{2} \times 7\sqrt{3} \times 7$

$= \boxed{\dfrac{49\sqrt{3}}{2}}$ ケコサ シ となる

解答記号	正解	配点
ア	7	3
イ$\sqrt{ウエ}$	$3\sqrt{21}$	3
オ$\sqrt{カ}$	$7\sqrt{3}$	3
キク	14	3
$\dfrac{ケコ\sqrt{サ}}{シ}$	$\dfrac{49\sqrt{3}}{2}$	3



⓪ 平均最高気温が高くなるほど購入額は増加する傾向がある。 ○

① 1日あたり平均降水量が多くなるほど購入額は増加する傾向がある。 ×

② 平均湿度が高くなるほど購入額の散らばりは小さくなる傾向がある。 ×

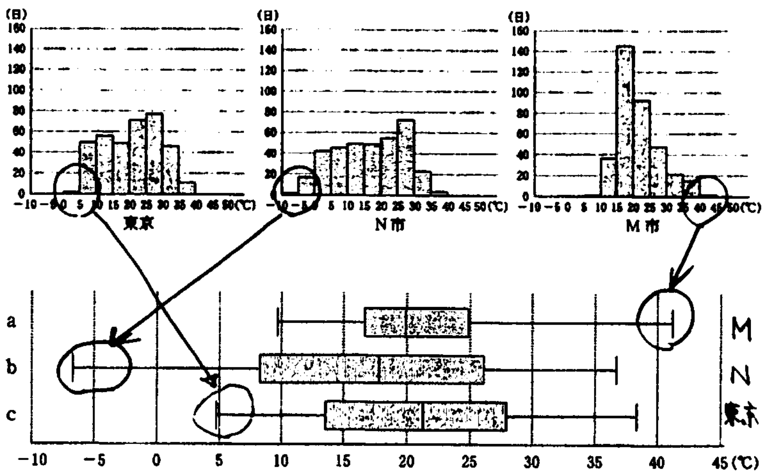
③ 25℃以上の日数の割合が80％未満の月は，購入額が30円を超えていない。 ○

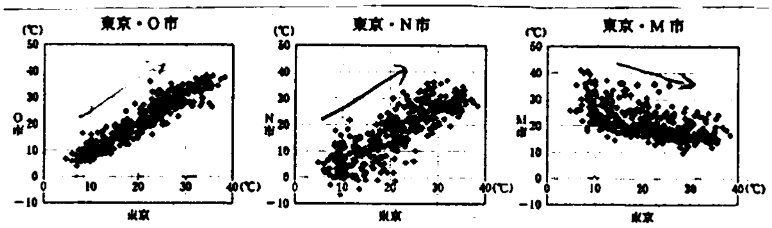
④ この中で正の相関があるのは，平均湿度と購入額の間のみである。 ×

最高気温も正の相関アリ

よって正しいものは $\boxed{⓪}$ と $\boxed{③}$
ス セ

解答記号	正解	配点
ス，セ	0，3 (解答の順序は問わない)	3





(1)

都市名と箱ひげ図の組合せとして正しいものは，$\boxed{ソ}$ である。 ⑤

⓪ 東京—a，N市—b，M市—c　① 東京—a，N市—c，M市—b

② 東京—b，N市—a，M市—c　③ 東京—b，N市—c，M市—a

④ 東京—c，N市—a，M市—b　⑤ 東京—c，N市—b，M市—a

M市 最高、N市、東京は最低のポイントを見ればよい

(2)

⓪ 東京とN市，東京とM市の最高気温の間にはそれぞれ正の相関がある。　× M市は負の相関

① 東京とN市の最高気温の間には正の相関，東京とM市の最高気温の間には負の相関がある。　○

② 東京とN市の最高気温の間には負の相関，東京とM市の最高気温の間には正の相関がある。　× N市は正の相関

③ 東京とO市の最高気温の間の相関の方が，東京とN市の最高気温の間の相関より強い。　○ N市の方がバラつきあり

④ 東京とO市の最高気温の間の相関の方が，東京とN市の最高気温の間の相関より弱い。　×

(3) N市の摂氏[℃]でのデータを $x_1, \cdots, x_{365}$，平均を $\bar{x}$

華氏[°F]でのデータを $y_1, \cdots, y_{365}$，平均を $\bar{y}$ とすると

$y = \frac{9}{5}x + 32$ となるので

$$\bar{y} = \frac{y_1 + \cdots + y_{365}}{365}$$

$$= \frac{(\frac{9}{5}x_1 + 32) + \cdots + (\frac{9}{5}x_{365} + 32)}{365}$$

$$= \frac{9}{5} \times \frac{x_1 + \cdots + x_{365}}{365} + \frac{32 \times 365}{365} \text{ より}$$

$\bar{y} = \frac{9}{5}\bar{x} + 32$ がなりたつ

また $X = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_{365} - \bar{x})^2}{365}$ であり

$$Y = \frac{(y_1 - \bar{y})^2 + \cdots + (y_{365} - \bar{y})^2}{365}$$

$$= \frac{\{(\frac{9}{5}x_1 + 32) - (\frac{9}{5}\bar{x} + 32)\}^2 + \cdots + \{(\frac{9}{5}x_{365} + 32) - (\frac{9}{5}\bar{x} + 32)\}^2}{365}$$

$$= \frac{(\frac{9}{5})^2 \{(x_1 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_{365} - \bar{x})^2\}}{365} = \left(\frac{9}{5}\right)^2 X \text{ となるから}$$

$\frac{Y}{X} = \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \boxed{\frac{81}{25}}$ ツ⑨ となる

また

東京の摂氏[℃]でのデータを $z_1, \cdots, z_{365}$，平均を $\bar{z}$

華氏[°F]でのデータを $w_1, \cdots, w_{365}$，平均を $\bar{w}$ とすると

解答記号	正解	配点
ソ	5	3
タ，チ	1，3（解答の順序は問わない）	3
ツ	9	2
テ	8	2
ト	7	2

$$Z = \frac{(z_1-\bar{z})(x_1-\bar{x}) + \cdots + (z_{365}-\bar{z})(x_{365}-\bar{x})}{365}$$ であり

$$W = \frac{(z_1-\bar{z})(y_1-\bar{y}) + \cdots + (z_{365}-\bar{z})(y_{365}-\bar{y})}{365}$$

$$= \frac{(z_1-\bar{z})\left\{\left(\frac{9}{5}x_1+32\right)-\left(\frac{9}{5}\bar{x}+32\right)\right\} + \cdots + (z_{365}-\bar{z})\left\{\left(\frac{9}{5}x_{365}+32\right)-\left(\frac{9}{5}\bar{x}+32\right)\right\}}{365}$$

$$= \frac{\left(\frac{9}{5}\right)\left\{(z_1-\bar{z})(x_1-\bar{x}) + \cdots + (z_{365}-\bar{z})(x_{365}-\bar{x})\right\}}{365}$$

$= \frac{9}{5}\cdot Z$ である．よって $\frac{W}{Z} = \boxed{\frac{9}{5}}$ テ ⑧

東京(摂氏)とN市(摂氏)の標準偏差をそれぞれ σ_{TC}，σ_{NC}

東京(華氏)とN市(華氏)の標準偏差をそれぞれ σ_{TF}，σ_{NF} とすると

$\sigma_{NC} = \sqrt{X}$，$\sigma_{NF} = \sqrt{Y}$ であり $Y = \left(\frac{9}{5}\right)^2 X$ より

$\sqrt{Y} = \frac{9}{5}\sqrt{X}$ であるから

$$\underline{\sigma_{NF}} = \frac{9}{5}\sqrt{X} = \underline{\frac{9}{5}\sigma_{NC}}$$

同様に $\underline{\sigma_{TF} = \frac{9}{5}\sigma_{TC}}$ である

また東京とN市の摂氏，華氏での共分散をそれぞれ σ_{TNC}，σ_{TNF} とすると

$$\sigma_{TNC} = \frac{(z_1-\bar{z})(x_1-\bar{x}) + \cdots + (z_{365}-\bar{z})(x_{365}-\bar{x})}{365}$$ であり

$$\underline{\sigma_{TNF}} = \frac{(w_1-\bar{w})(y_1-\bar{y}) + \cdots + (w_{365}-\bar{w})(y_{365}-\bar{y})}{365}$$

$$= \frac{\left\{\left(\frac{9}{5}z_1+32\right)-\left(\frac{9}{5}\bar{z}+32\right)\right\}\left\{\left(\frac{9}{5}x_1+32\right)-\left(\frac{9}{5}\bar{x}+32\right)\right\} + \cdots + (\text{略})}{365}$$

$$= \frac{\left(\frac{9}{5}\right)^2\left\{(z_1-\bar{z})(x_1-\bar{x}) + \cdots + (z_{365}-\bar{z})(x_{365}-\bar{x})\right\}}{365} = \underline{\left(\frac{9}{5}\right)^2\sigma_{TNC}}$$ となる

よって摂氏での相関係数 U は $U = \frac{\sigma_{TNC}}{\sigma_{TC}\sigma_{NC}}$ であり

華氏での相関係数 V は $V = \frac{\sigma_{TNF}}{\sigma_{TF}\sigma_{NF}} = \frac{\left(\frac{9}{5}\right)^2\sigma_{TNC}}{\frac{9}{5}\sigma_{TC}\times\frac{9}{5}\sigma_{TF}} = U$ となるので

$\frac{V}{U} = \boxed{1}$ ト ⑦ となる

（たくさん式を書いたが、センターではそこまで書かなくても理解していればそれでよい）

(1) 全ての場合は 12×11 (通り)

そのうち、Aさん，Bさん ともに白をとりだすのは 5×4 (通り)

よって 求める確率は $\dfrac{\cancel{12}^{3}\times 11-5\times\cancel{4}^{1}}{\cancel{12}_{3}\times 11}=\dfrac{33-5}{33}=\boxed{\dfrac{28}{33}}$ アイ/ウエ

(2) Aさんが赤で Bさんが白をとりだす確率は $\dfrac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{12}_{3}}\times\dfrac{5}{11}=\boxed{\dfrac{5}{33}}$ オ/カキ

また Aさんが赤をとりだす確率は $\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$ であるから

Aさんが赤であったときの，Bさんがとりだすのが白となる条件つき確率は

$$\dfrac{\frac{5}{33}}{\frac{1}{3}}=\dfrac{15}{33}=\boxed{\dfrac{5}{11}}\ \text{ク/ケコ}$$

(3) Aさんが赤で Bさんが白である確率は $\dfrac{5}{33}$ ― ①

Aさんが青で Bさんが白である確率は $\dfrac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{12}_{4}}\times\dfrac{5}{11}=\boxed{\dfrac{5}{44}}$ サ/シス ― ②

Aさんが白で Bさんも白である確率は $\dfrac{5}{\cancel{12}_{3}}\times\dfrac{\cancel{4}^{1}}{11}=\dfrac{5}{33}$ ― ③

①②③は排反だから Bさんが白をとりだす確率は

①+②+③より $\dfrac{5}{33}+\dfrac{5}{44}+\dfrac{5}{33}=\dfrac{5\times4+5\times3+5\times4}{11\times12}$

$$=\dfrac{\cancel{55}^{5}}{\cancel{11}_{1}\times12}=\boxed{\dfrac{5}{12}}\ \text{セ/ソタ}$$

よって Bさんが白であることがわかったときの Aさんも白である条件つき確率は

$$\dfrac{③}{①+②+③}\ \text{より}\ \dfrac{\frac{5}{33}}{\frac{5}{12}}=\dfrac{12}{33}=\boxed{\dfrac{4}{11}}\ \text{チ/ツテ}\ \text{となる}$$

解答記号	正解	配点
アイ/ウエ	28/33	3
オ/カキ	5/33	3
ク/ケコ	5/11	3
サ/シス	5/44	3
セ/ソタ	5/12	4
チ/ツテ	4/11	4

(1) $92x+197y=1$ —㊟

$197=92\times2+13$ より $13=197-92\times2$ —①

$92=13\times7+1$ より $1=92-13\times7$ —②

①を②に代入して $1=92-(197-92\times2)\times7$ より

$1=92-7\times197+14\times92$

よって $92\times15+197\times(-7)=1$ —③ をみたす

㊟−③ より $92(x-15)+197(y+7)=0$ だから

$92(x-15)=197(-y-7)$ をみたす

92と197は互いに素より

$$\begin{cases} x-15=197k \\ -y-7=92k \end{cases}$$ (kは整数) だから

$$\begin{cases} x=197k+15 \\ y=-92k-7 \end{cases}$$ (kは整数) となる

($a=197,\ b=92$ とすると

$a=197$ —Ⓐ

$b=92$ —Ⓑ

Ⓐ−2Ⓑ $a-2b=13$ —Ⓒ

Ⓑ−7Ⓒ $-7a+15b=1$

よって $92\times15+197\times(-7)=1$

をみたす)

このうち x の絶対値が最小のものは

$k=0$ のときで、$x=\boxed{15}$ (アイ), $y=\boxed{-7}$ (ウエ) となる

次に $92x+197y=10$ —④ をとくと

③の両辺10倍して

$92\times150+197\times(-70)=10$ —⑤ をみたすから

④−⑤ より $92(x-150)+197(y+70)=0$ をみたすので

$92(x-150)=197(-y-70)$ であり

92, 197は互いに素より

$$\begin{cases} x-150=197l \\ -y-70=92l \end{cases}$$ (lは整数) をみたす

よって $$\begin{cases} x=197l+150 \\ y=-92l-70 \end{cases}$$ (lは整数) より

x の絶対値が最小のものは、$l=-1$ のときで

$x=-197+150=\boxed{-47}$ オカキ

$y=92-70=\boxed{22}$ となる

クケ

解答記号	正解	配点
アイ	15	3
ウエ	−7	3
オカキ	−47	2
クケ	22	2
		10点

$$11011_{(2)} = 1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0$$
$$= 16 + 8 + 2 + 1$$
$$= 1\times4^2 + 2\times4^1 + 3\times4^0 = \boxed{123}_{(4)}$$ である

コサシ

また ⓪ $0.3_{(6)} = 3\times6^{-1} = \dfrac{3}{6} = 0.5$ より 有限小数

① $0.4_{(6)} = 4\times6^{-1} = \dfrac{4}{6} = 0.66\cdots$ より 無限小数

② $0.33_{(6)} = 3\times6^{-1}+3\times6^{-2} = \dfrac{3}{6}+\dfrac{3}{36} = \dfrac{6+1}{12} = \dfrac{7}{12}$

$= 0.58333\cdots$

より無限小数

$12 \overline{)\,7}$ → 0.583: 60, 100, 96, 40, 36, 40

③ $0.43_{(6)} = 4\times6^{-1}+3\times6^{-2} = \dfrac{4}{6}+\dfrac{3}{36} = \dfrac{8+1}{12} = \dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{4} = 0.75$ より

有限小数

④ $0.033_{(6)} = 3\times6^{-2}+3\times6^{-3} = \dfrac{3}{36}+\dfrac{3}{216} = \dfrac{6+1}{72} = \dfrac{7}{72}$

$= 0.097222\cdots$

より無限小数

$72 \overline{)\,700}$ → 0.0972: 648, 520, 504, 160, 144, 160

⑤ $0.043_{(6)} = 4\times6^{-2}+3\times6^{-3} = \dfrac{4}{36}+\dfrac{3}{216} = \dfrac{8+1}{72} = \dfrac{9}{72} = \dfrac{1}{8}$

$= 0.125$ より

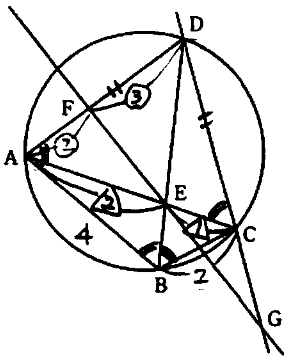
有限小数

$8 \overline{)\,10}$ → 0.125: 8, 20, 16, 40

ゆえに有限小数であるものは $\boxed{⓪}$, $\boxed{③}$, $\boxed{⑤}$

ス　セ　ソ

解答記号	正解	配点
コサシ$_{(4)}$	$123_{(4)}$	4
ス, セ, ソ	0, 3, 5 (解答の順序は問わない)	6



$\triangle DAC$ が二等辺三角形であることと円周角の定理から

左図の2重線の角はすべて等しい

よって $\angle DAC = \angle DCA = \angle DBC = \boxed{\angle ABD}$ である

⓪ ア

このことより BE は $\angle ABC$ の内角二等分線となるから

$AE : EC = AB : BC = 4 : 2 = 2 : 1$ より

$\dfrac{EC}{AE} = \boxed{\dfrac{1}{2}}$ イウ

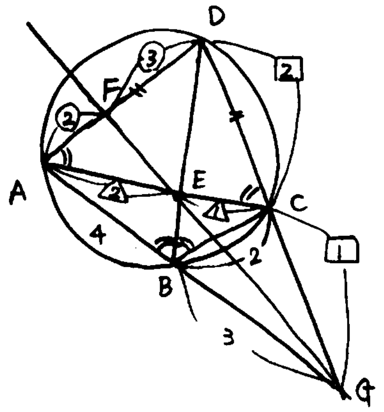
また $\triangle DAC$ と FG におけるメネラウスの定理より

$\dfrac{DG}{GC} \times \dfrac{CE}{EA} \times \dfrac{AF}{FD} = 1$ だから $\dfrac{DG}{GC} \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2}{3} = 1$

よって $\dfrac{GC}{DG} = \boxed{\dfrac{1}{3}}$ エオ である

解答記号	正解	配点
ア	0	2
$\frac{EC}{AE} = \frac{イ}{ウ}$	$\frac{EC}{AE} = \frac{1}{2}$	3
$\frac{GC}{DG} = \frac{エ}{オ}$	$\frac{GC}{DG} = \frac{1}{3}$	3
BG = カ	BG = 3	3
DC = キ$\sqrt{ク}$	DC = $2\sqrt{7}$	3
ケ	4	2
コサ°	30°	2
AH = シ	AH = 2	2

(1) $\triangle DAG$ と点Eでチェバの定理より



$\dfrac{DC}{CG} \times \dfrac{GB}{BA} \times \dfrac{AF}{FD} = 1$ だから

$\dfrac{\cancel{2}}{1} \times \dfrac{GB}{\cancel{4}} \times \dfrac{\cancel{2}}{3} = 1$ より

$GB = \boxed{3}$ カ

また $GC = x$ とおくと $DC = 2x$, $DG = 3x$ であり

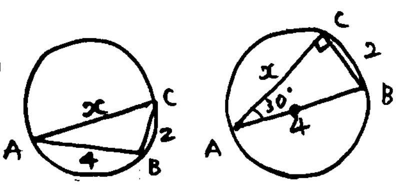
方べきの定理から $CG \cdot DG = BG \cdot AG$ より

$x \cdot 3x = 3 \cdot 7$ である

よって $x^2 = 7$ より $x = \sqrt{7}$

ゆえに $DG = 2x = \boxed{2\sqrt{7}}$ キク

(2)



$AC = x$ とする.

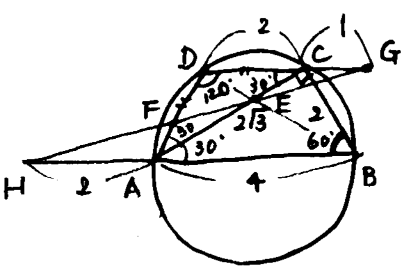
ACが最大辺のとき 直径を $2R$ とすると

$2R \geqq x > 4$ であり

ABが最大辺のとき $2R \geqq 4 > x$

$AB = AC$ のとき $2R > 4 = x$ となる

よって $2R$ の最小値は ABが最大辺のときでかつABが直径となる場合であり、(直径) $= \boxed{4}$ ケ である



このとき $\angle C = 90°$, $BC : AB = 1 : 2$ より $\angle BAC = \boxed{30°}$ コサ

また $\angle DCA = \angle CAB = 30°$ より $AB \parallel DC$

$CA = 2\sqrt{3}$, $\angle ADC = 120°$, $DA = DC$ より $DC = 2$, また $CG = 1$

そして $CE : EA = 1 : 2$ と $\triangle CEG \backsim \triangle AEH$ から

$AH = 2CG = \boxed{2}$ シ となる