(1) $f(x)$, $g(x)$ はともに $x=0$ で連続であるから

$f(0)=\lim_{x\to+0} f(x)$ —①, $g(0)=\lim_{x\to+0} g(x)$ —② がともになりたつ.

①より $$a=\lim_{x\to+0}\frac{x\sin x}{1-\cos x}=\lim_{x\to+0}\frac{x\sin x(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}$$
$$=\lim_{x\to+0}\frac{x\sin x(1+\cos x)}{\sin^2 x}$$
$$=\lim_{x\to+0}\left\{\left(\frac{x}{\sin x}\right)\times(1+\cos x)\right\}=1\times(1+1)=2.$$

よって $\boxed{a=2}$

②より $$b=\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{\sqrt{x}}=\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x}\times\sqrt{x}=1\times\sqrt{0}=0$$

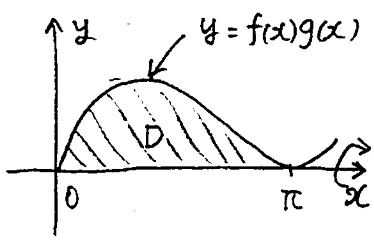
よって $\boxed{b=0}$ となる

(2) $$f(x)g(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x}{1-\cos x}\times\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}=\dfrac{x\sin x(1+\cos x)}{\sin^2 x}\times\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}(1+\cos x) & (0<x\leqq\pi)\\ ab=2\times0=0 & (x=0)\end{cases}$$ であり

$\lim_{x\to+0} f(x)g(x)=f(0)g(0)$ がなりたつので $x=0$ で $f(x)g(x)$ も連続となり

$f(x)g(x)=\sqrt{x}(1+\cos x)$ $(0\leqq x\leqq\pi)$ とすることができる

また $0<x<\pi$ で $f(x)g(x)>0$ であるから



求める体積を V とすると

$$V=\int_0^\pi \pi\{\sqrt{x}(1+\cos x)\}^2dx$$
$$=\pi\int_0^\pi x(1+\cos x)^2dx$$
$$=\pi\int_0^\pi(x+2x\cos x+x\cos^2 x)dx$$
$$=\pi\int_0^\pi\left(x+2x\cos x+x\times\frac{1+\cos 2x}{2}\right)dx$$
$$=\pi\int_0^\pi\left(\frac{3}{2}x+2x\cos x+\frac{x}{2}\cos 2x\right)dx$$
$$=\pi\left[\frac{3}{4}x^2\right]_0^\pi+\pi\int_0^\pi 2x(\sin x)'dx+\pi\int_0^\pi\frac{x}{2}\times\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)'dx$$
$$=\frac{3}{4}\pi^3+\pi\left(\left[2x\sin x\right]_0^\pi-\int_0^\pi 2\sin x\,dx\right)+\pi\left(\left[\frac{x}{4}\sin 2x\right]_0^\pi-\int_0^\pi\frac{1}{4}\sin 2x\,dx\right)$$
$$=\frac{3}{4}\pi^3+2\pi\left[\cos x\right]_0^\pi+\frac{1}{4}\pi\left[\frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^\pi$$
$$=\frac{3}{4}\pi^3+2\pi(-1-1)+\frac{\pi}{8}(1-1)$$
$$=\boxed{\left(\frac{3}{4}\pi^2-4\right)\pi}$$ となる