

(1) $1 \mid 3, 5 \mid 7, 9, 11 \mid 13, 15, 17, 19 \mid 21, 23, \dots$

群	①	②	③	④	⑤
個数	1	2	3	4	5

第9群までの個数は $1+2+3+\dots+9 = \frac{9(1+9)}{2} = 45$

よって第10群の最初の数は第46項目である

ここでこの数列の一般項を a_n とすると $a_n = 2n - 1$ であるから

$$\text{求める数は } a_{46} = 2 \times 46 - 1 = \boxed{91}$$

(2) 第7群までの個数は $1+2+\dots+7 = \frac{7(1+7)}{2} = 28$

第8群までの個数は $1+2+\dots+8 = \frac{8(1+8)}{2} = 36$ だから

第8群の総和は $a_{29} + a_{30} + \dots + a_{36}$ であり

これは初項 a_{29} , 末項 a_{36} , 項数8の等差数列の和となるから

$$\begin{aligned} \frac{8(a_{29} + a_{36})}{2} &= 4 \{ (2 \times 29 - 1) + (2 \times 36 - 1) \} \\ &= 4(57 + 71) \\ &= 4 \times 128 = \boxed{512} \end{aligned}$$

(3) $2n - 1 = 999$ をとくと $n = 500$ だから 999 は第500項である

第k群までの個数は $1+2+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2}$ であるから

999 が第k群にあるとすると

$$\frac{(k-1)k}{2} < 500 \leq \frac{k(k+1)}{2} \quad \text{をみたすので}$$

$$(k-1)k < 1000 \leq k(k+1) \quad \text{である} \quad \text{--- ①}$$

$k=32$ のとき $31 \times 32 = 992$, $32 \times 33 = 1056$ であるので ① をみたす

よって 999 は第32群である。

31群までの個数は $1+2+\dots+31 = \frac{31 \times 32}{2} = \frac{992}{2} = 496$ であるから

999 は第32群の4番目の数となる