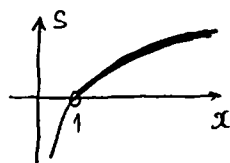


$$S = \log_2 x \quad \text{∵ } x > 1 \text{ なら } S > \boxed{0} \quad \text{ア}$$



$$\begin{aligned} \log_2 A &= \log_2 x / \sqrt{y} \\ &= \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 y \\ &= S + \frac{t}{\boxed{2}} \quad \text{--- ②} \end{aligned}$$

$$\log_4 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = \frac{S}{2} \quad \text{よって ウは } \boxed{5} \left(\frac{1}{2} \right) \quad \text{ウ}$$

$$(2y)^{\log_4 x} = 16 \quad \text{--- ③ より}$$

$$\log_2 (2y)^{\log_4 x} = \log_2 16$$

$$(\log_4 x) \cdot (\log_2 2 + \log_2 y) = 4$$

$$\frac{S}{2} \cdot (1 + t) = 4$$

$$S(\boxed{1} + t) = \boxed{8} \quad \text{--- ④}$$

$$\text{∵ ②より } t = 2 \log_2 A - 2S \text{ だから ④は}$$

$$S(1 + 2 \log_2 A - 2S) = 8 \text{ だから}$$

$$2S \log_2 A = 2S^2 - S + 8$$

$$\text{よって } \log_2 A = S + \frac{\boxed{4}}{S} - \frac{\boxed{1}}{\boxed{2}} \quad \text{--- ⑤}$$

$S > 0$ であるから、相加相乗平均の関係から

$$\log_2 A \geq 2 \sqrt{S \cdot \frac{4}{S}} - \frac{1}{2} = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \quad (\text{最小値})$$

$$\left(\text{等号は } S = \frac{4}{S} \text{ より } S^2 = 4 \right. \\ \left. S > 0 \text{ より } S = \boxed{2} \text{ へ} \right)$$

$$S = 2 \text{ より } \log_2 x = 2$$

$$\text{よって } x = \boxed{4} \quad \text{--- ⑥}$$

$$\text{このとき ④より } 2(1+t) = 8 \text{ だから}$$

$$1+t = 4$$

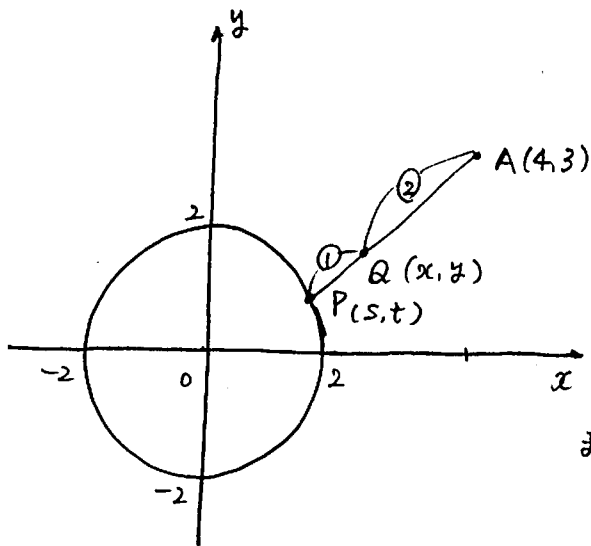
$$t = 3$$

$$\text{よって } \log_2 y = 3$$

$$\text{よって } y = 2^3 = \boxed{8} \quad \text{--- ⑦}$$

$$\text{ゆえに } A = x / \sqrt{y} = 4 / \sqrt{8} = \boxed{8/2} \quad \text{--- シス}$$

解答記号	正解	配点
ア	0	2
イ	2	2
ウ	5	2
エオ	18	2
カキク	412	2
ケ	2	2
コ	4	1
サ	8	1
シス	82	1
計		15点



円Cの方程式は $x^2 + y^2 = 4$ ⑤

QはAPを2:1に内分するのぞ

$$x = \frac{\frac{4}{2} + \frac{2s}{2}}{\frac{3}{2}}, \quad y = \frac{\frac{3}{2} + \frac{2t}{2}}{\frac{3}{2}} \quad \text{であるから}$$

$$s = \frac{3x-4}{2}, \quad t = \frac{3y-3}{2} \quad \text{をみたす}$$

またP(s,t)は円C上より $s^2 + t^2 = 4$ をみたすのぞ

$$\left(\frac{3x-4}{2}\right)^2 + \left(\frac{3y-3}{2}\right)^2 = 4 \quad \text{より}$$

$$(3x-4)^2 + (3y-3)^2 = 16$$

$$3^2\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 + 3^2(y-1)^2 = 16$$

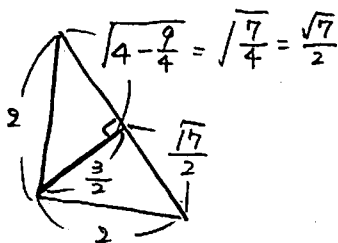
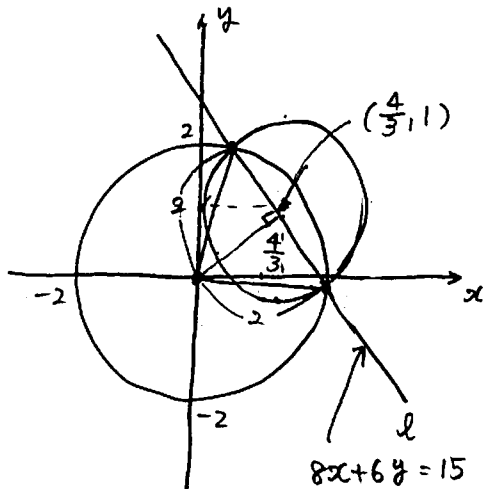
$$\text{よって } \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 + (y-1)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \quad \text{⑥}$$

ゆえに点Qの軌跡は $\left(\frac{4}{3}, 1\right)$ を中心とする半径 $\frac{4}{3}$ の円となる

⑤-⑥より $\frac{8}{3}x - \frac{16}{9} + 2y - 1 = 4 - \frac{16}{9}$ から

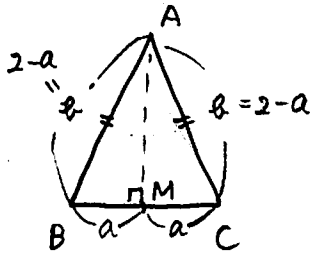
$$\frac{8}{3}x + \frac{6}{3}y = 15$$

Oとlの距離は $\frac{|-15|}{\sqrt{64+36}} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$ ハヒ



$$\text{よって } S = \frac{1}{2} \times \sqrt{7} \times \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{7}}{4} \quad \text{ハホ となる}$$

解答記号	正解	配点
セ	4	1
ソタチ	423	2
ツ	3	1
テトナ	431	2
ニヌ	43	2
ネノ	86	2
ハヒ	32	2
ハホ	374	3
計		15点

(1) $AB=AC=b$ とおくと

$$2b+2a=4 \text{ より}$$

$$b = \frac{2}{2} - \frac{a}{1}$$

よって BC の中点 M とおくと $AM \perp BC$ より

$$AM = \sqrt{(2-a)^2 - a^2} = \sqrt{4-4a} \text{ だから}$$

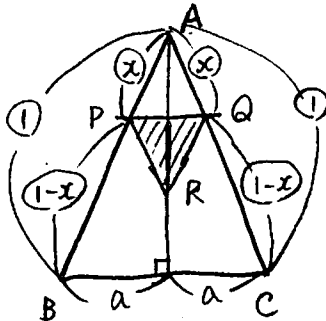
$$\triangle ABC \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times 2a \times \sqrt{4-4a}$$

$$= a \cdot 2\sqrt{1-a} = \frac{2a}{1} \sqrt{1-a}$$

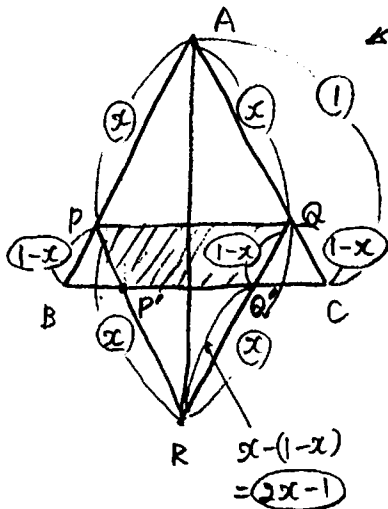
(2)

 $\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ の相似比は $1:x$ だから面積比は $1:x^2$ である $\triangle RPQ$ の面積は $\triangle APQ$ の面積と同じだから

$$2a\sqrt{1-a} \cdot x^2 \text{ となる}$$



$$0 < x \leq \frac{1}{2} \text{ のときは } f(x) = 2a\sqrt{1-a} \cdot x^2$$

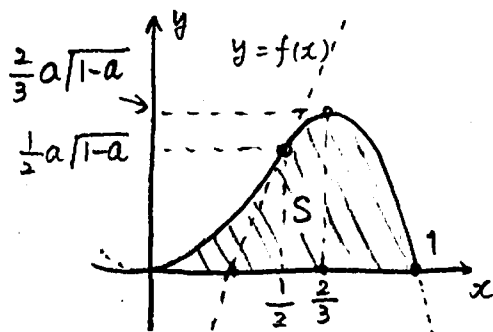
 $\frac{1}{2} < x < 1$ のとき $\triangle RP'Q'$ と $\triangle ABC$ の相似比は $\frac{2x-1}{1} : 1$ だから面積比は $(2x-1)^2 : 1^2$ 

$$\text{よって } f(x) = (\triangle RPQ \text{ の面積}) - (\triangle RP'Q' \text{ の面積})$$

$$= x^2 \times (\triangle ABC \text{ の面積}) - (2x-1)^2 \times (\triangle ABC \text{ の面積})$$

$$= (2a\sqrt{1-a}) \times \left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - 1 \right) \text{ となる}$$

$$\text{以上のことから } f(x) = \begin{cases} 2a\sqrt{1-a} \cdot x^2 & (0 \leq x \leq \frac{1}{2}) \\ 2a\sqrt{1-a} \cdot \left\{ -3(x - \frac{2}{3})^2 + \frac{1}{3} \right\} & (\frac{1}{2} < x \leq 1) \end{cases} \text{ となるので}$$

 $f(x)$ は $x = \frac{2}{3}$ のとき 最大値

$$\frac{2a}{3} \sqrt{1-a} \text{ をとる}$$

$$\begin{aligned}
 S &= 2a\sqrt{1-a} \left(\int_0^{\frac{1}{2}} x^2 dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 (-3x^2 + 4x - 1) dx \right) \\
 &= 2a\sqrt{1-a} \left(\left[\frac{1}{3}x^3 \right]_0^{\frac{1}{2}} + \left[-x^3 + 2x^2 - x \right]_{\frac{1}{2}}^1 \right) \\
 &= 2a\sqrt{1-a} \left\{ \frac{1}{24} + (-1+2-1) - \left(-\frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \right\} \\
 &= 2a\sqrt{1-a} \times \frac{1}{24} = \frac{a}{3}\sqrt{1-a} \quad \text{である}
 \end{aligned}$$

$$S^2 = \frac{1}{9}a^2(1-a) = \frac{-1}{9}a^3 + \frac{1}{9}a^2 \quad \text{だから}$$

$$(S^2)' = -\frac{1}{3}a^2 + \frac{2}{9}a = -\frac{1}{3}a\left(a - \frac{2}{3}\right)$$

よって S^2 の $0 < a < 1$ での増減表は以下のようになるので

a	0	...	$\frac{2}{3}$	...	1
$(S^2)'$		+	0	-	
S^2		↗	最大	↘	

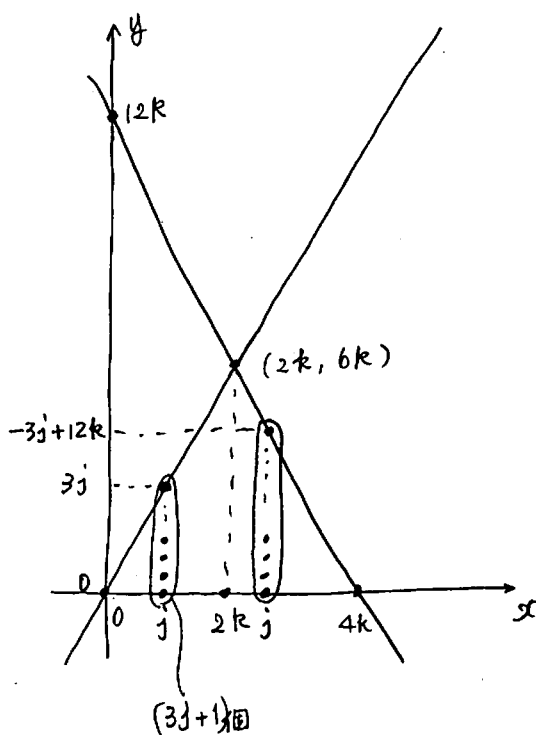
$a = \frac{2}{3}$ のとき S^2 は最大値をとり

$$\begin{aligned}
 \text{その値は } S^2 &= \frac{1}{9} \times \frac{4}{9} \left(1 - \frac{2}{3}\right) \\
 &= \frac{2^2}{9^2} \times \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\text{よって } S = \frac{2}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{27} \quad \text{となる}$$

解答記号	正解	配点
アイ	2a	2
ウエオ	2a1	3
カ	2	1
キク	21	2
ケコサシ	-324	3
スセ	23	3
ソタチ	2a3	3
ツテ	a3	4
トナニヌ	-191	3
ネノ	23	3
ハセフハ	2327	3

計 30点



$0 \leq j \leq 2k$ のとき $x=j$ の格子点は $(\overset{\text{カ}}{3}j + \overset{\text{キ}}{1})$ 個

よって $0 \leq j \leq 2k$ での格子点の個数は

$$\begin{aligned} g &= \sum_{j=0}^{2k} (3j+1) = \sum_{j=1}^{2k} (3j+1) + 1 \\ &= 3 \times \frac{2k(2k+1)}{2} + 2k + 1 \\ &= 3k(2k+1) + 2k + 1 \\ &= \underset{\text{7}}{6}k^2 + \underset{\text{7}}{5}k + \underset{\text{7}}{1} \quad \text{--- ①} \end{aligned}$$

$2k+1 \leq j \leq 4k$ のとき (j は $4k - (2k+1) + 1 = 2k$ (個))

$x=j$ での個数は $(-3j+12k+1)$ 個

よって $2k+1 \leq j \leq 4k$ では

$$\begin{aligned} \sum_{j=2k+1}^{4k} (-3j+12k+1) &= -3 \left\{ \underset{\text{初項}}{\downarrow} (2k+1) + (2k+2) + \cdots + (2k+2k) \right\} + \underset{\text{末項}}{\downarrow} (12k+1) \times 2k \\ &= -3 \times \frac{2k \{ (2k+1) + 4k \}}{2} + 2k(12k+1) \\ &= -3k(6k+1) + 24k^2 + 2k \\ &= 6k^2 - k \quad \text{--- ②} \end{aligned}$$

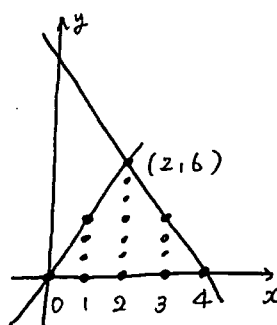
ゆえに p は ①+② より

$$p = \underset{\text{サシ}}{12}k^2 + \underset{\text{ス}}{4}k + \underset{\text{セ}}{1} \quad \text{となる}$$

D は $(0,0)$, $(\overset{\text{7}}{12}k, \overset{\text{1}}{6}k)$, $(\overset{\text{ウ}}{4}k, 0)$ を頂点とする

三角形の内部および周である

$k=1$ のとき 格子点の個数は左下図より



$$1+4+7+4+1$$

$$= \boxed{17}$$

エオ

(2) $y \geq 0$, $y \leq 3x$, $y \leq -3x + 12z$. ($1 \leq z \leq 2n$) について

$n=1$ のとき $1 \leq z \leq 2$ であるから

(1) で $k=1$ と $k=2$ のときを求めればよいので

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^2 p &= \sum_{k=1}^2 (12k^2 + 4k + 1) = (12 \times 1 + 4 \times 1 + 1) + (12 \times 4 + 4 \times 2 + 1) \\ &= 12 \times 5 + 4 \times 3 + 2 \\ &= 60 + 12 + 2 = \boxed{74} \\ &\quad \text{ソ9} \end{aligned}$$

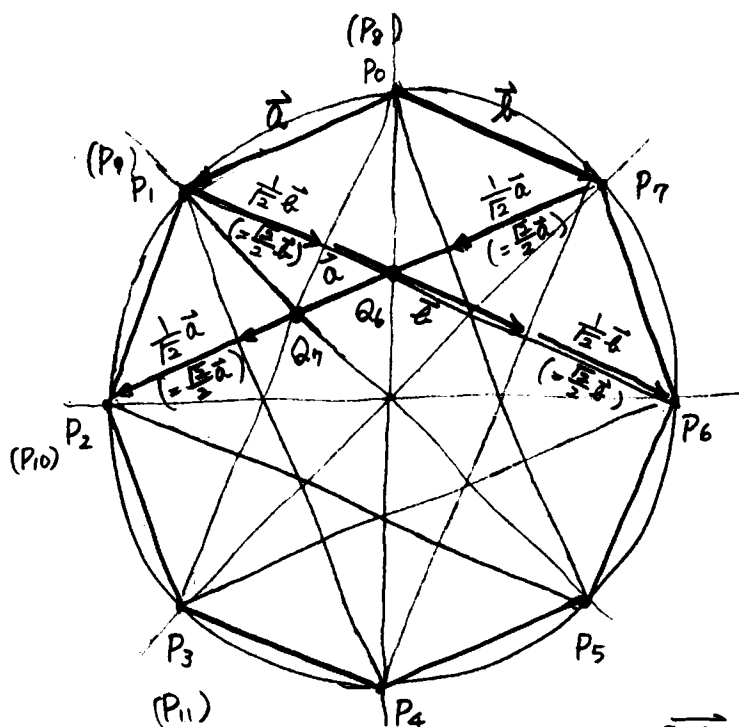
一般に 自然数 n のときは

(1) で $1 \leq k \leq 2n$ のすべての k の和を求めればよいので

$$\begin{aligned} r = \sum_{k=1}^{2n} p &= \sum_{k=1}^{2n} (12k^2 + 4k + 1) \\ &= 12 \times \frac{2n(2n+1)(2 \cdot 2n+1)}{6} + 4 \times \frac{2n(2n+1)}{2} + 2n \\ &= 4n(2n+1) \{ (4n+1) + 1 \} + 2n \\ &= 8n(2n+1)^2 + 2n \\ &= 8n(4n^2 + 4n + 1) + 2n \\ &= \boxed{32}n^3 + \boxed{32}n^2 + \boxed{10}n \quad \text{と表す} \\ &\quad \text{チツ} \quad \text{テト} \quad \text{ナニ} \end{aligned}$$

解答記号	正解	配点
アイ	26	1
ウ	4	1
エオ	17	2
カキ	31	3
クケコ	651	4
サシセ	1241	4
ソタ	74	2
チツテナニ	323210	3

20点



(1) 正八角形の1つの内角は $\overset{\text{アイウ}}{\boxed{135}}^\circ$

また $\angle P_1 P_0 P_5 = 90^\circ$ である

(2) $\overrightarrow{P_0 P_1} = \vec{a}$, $\overrightarrow{P_0 P_7} = \vec{b}$ であり

左図より

$$\begin{aligned}\overrightarrow{P_0 P_2} &= \overrightarrow{P_0 P_7} + \overrightarrow{P_7 P_2} \\ &= \vec{b} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \vec{a} \\ &= \underline{(1+\sqrt{2})\vec{a} + \vec{b}} \quad \text{よって } \boxed{\text{オ}} \text{ は } \textcircled{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{P_0 P_3} &= \overrightarrow{P_0 P_1} + \overrightarrow{P_1 P_6} + \overrightarrow{P_6 P_3} \\ &= \vec{a} + (1+\sqrt{2})\vec{b} + (1+\sqrt{2})\vec{a} \\ &= \underline{(2+\sqrt{2})\vec{a} + (1+\sqrt{2})\vec{b}} \quad \text{よって } \boxed{\text{カ}} \text{ は } \textcircled{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{P_0 P_4} &= \overrightarrow{P_0 P_3} + \overrightarrow{P_3 P_4} \\ &= (2+\sqrt{2})\vec{a} + (1+\sqrt{2})\vec{b} + \vec{b} = \underline{(2+\sqrt{2})\vec{a} + (2+\sqrt{2})\vec{b}} \quad \text{よって } \boxed{\text{キ}} \text{ は } \textcircled{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{P_0 P_5} &= \overrightarrow{P_0 P_4} + \overrightarrow{P_4 P_5} \\ &= (2+\sqrt{2})\vec{a} + (2+\sqrt{2})\vec{b} - \vec{a} = \underline{(1+\sqrt{2})\vec{a} + (2+\sqrt{2})\vec{b}} \quad \text{よって } \boxed{\text{ク}} \text{ は } \textcircled{5}\end{aligned}$$

$$\overrightarrow{P_0 P_6} = \overrightarrow{P_0 P_1} + \overrightarrow{P_1 P_6} = \underline{\vec{a} + (1+\sqrt{2})\vec{b}} \quad \text{よって } \boxed{\text{ク}} \text{ は } \textcircled{1}$$

(3) Q_6 は $P_6 P_9$ と $P_7 P_{10}$ の交点だから $\overrightarrow{P_0 Q_6} = \underline{\vec{a} + \vec{b}}$ よって $\boxed{\text{コ}} \text{ は } \textcircled{6}$

Q_7 は $P_7 P_{10}$ と $P_8 P_{11}$ の交点だから $\overrightarrow{P_0 Q_7} = \overrightarrow{P_1 P_2}$

解答記号 正解 配点

アイウ	135	1
エ	5	1
オ	4	2
カ	2	2
キ	8	2
ク	5	2
ケ	1	2
コ	0	2
サ	3	2
シス	21	2
セリク	322	2

20点

$$\begin{aligned}&= \overrightarrow{P_0 P_2} - \overrightarrow{P_0 P_1} \\ &= (1+\sqrt{2})\vec{a} + \vec{b} - \vec{a} \\ &= \underline{\sqrt{2}\vec{a} + \vec{b}} \quad \text{よって } \boxed{\text{サ}} \text{ は } \textcircled{3}\end{aligned}$$

$$(4) \overrightarrow{Q_6 Q_7} = \overrightarrow{P_0 Q_7} - \overrightarrow{P_0 Q_6} = (\sqrt{2}\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{a} + \vec{b}) = \underline{(\sqrt{2}-1)\vec{a}}$$

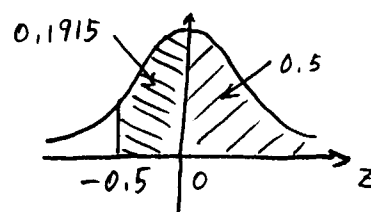
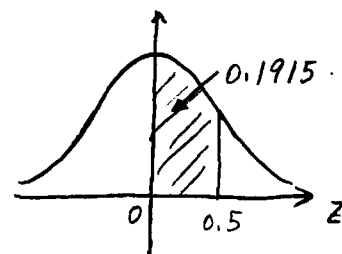
よって正八角形 $Q_0 \dots Q_7$ の面積は正八角形 $P_0 \dots P_7$ の面積の

$$(\sqrt{2}-1)^2 = (\sqrt{3}-2\sqrt{2}) \text{ 倍となる}$$

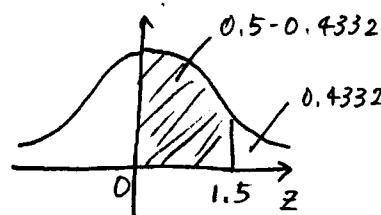
セリク

(1) $Z = \frac{X-50}{9}$ は 平均 0, 標準偏差 1 の正規分布 ($N(0,1)$) に従うから

$$\begin{aligned} P(X \geq 45.5) &= P(Z \geq \frac{45.5-50}{9}) \\ &= P(Z \geq \frac{-4.5}{9}) = P(Z \geq -0.5) \\ &= 0.1915 + 0.5 \\ &= 0.6915 \\ &\quad \text{アイウエ} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(X \geq 63.5) &= P(Z \geq \frac{63.5-50}{9}) \\ &= P(Z \geq \frac{13.5}{9}) = P(Z \geq 1.5) \\ &= 0.5 - 0.4332 \\ &= 0.0668 \\ &\quad \text{オカキク} \end{aligned}$$



(2) 平均 $m=50$, 標準偏差 9 の母集団から 大きき 144 の標本を抽出すると

その標本平均の平均は $\boxed{50}$ 、標準偏差は $\frac{9}{\sqrt{144}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = \boxed{0.75}$
ケコ サシス とろろ

(3) 標本平均が $\bar{x}=51.0$ のとき m の信頼度 95% の信頼区間は

$$51.0 - 1.96 \times \frac{9}{\sqrt{144}} \leq m \leq 51.0 + 1.96 \times \frac{9}{\sqrt{144}} \quad \text{より}$$

$$51.0 - 1.96 \times 0.75 \leq m \leq 51.0 + 1.96 \times 0.75$$

$$51.0 - 1.47 \leq m \leq 51.0 + 1.47$$

$$\boxed{49.5} \leq m \leq \boxed{52.5} \quad \text{とろろ}$$

95% の信頼区間を求めることを 304 回くり返すから

$$m \text{ を含むものの数 } Y \text{ は } Y = 304 \times 0.95 = \boxed{288.8}$$

$$\begin{aligned} \text{標準偏差は } &\sqrt{304 \times 0.95 \times 0.05} \\ &= \sqrt{24 \times 19 \times \frac{19}{20} \times \frac{1}{20}} = \sqrt{\frac{24 \times 19^2}{2^2 \times 10^2}} \\ &= 2 \times \frac{19}{10} = \boxed{3.8} \end{aligned}$$

$$\text{よって } P(Y \leq 285) = P\left(\frac{Y-288.8}{3.8} \leq \frac{285-288.8}{3.8}\right) = P\left(\frac{-3.8}{3.8}\right) = P(Z \leq -1.00)$$

$$\text{だから } P(Z \leq -1.00) = 0.5 - 0.3413 = 0.1587 \quad \text{とろろ}$$

解答記号	正解	配点
アイウエ	6915	2
オカキク	0668	2
ケコ	50	2
サシス	075	2
セソタ	495	2
チツテ	525	2
トナニヌ	2888	2
ネノ	38	2
ハセフ	100	2
ハホ	16	2

20点

$$\begin{array}{r} 1.96 \\ \times 0.75 \\ \hline 980 \\ 1372 \\ \hline 1.4700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 304 \\ \times 0.95 \\ \hline 1520 \\ 2736 \\ \hline 288.80 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ \times 153 \\ \hline 276 \\ 2138 \\ \hline 19 \end{array}$$