

$$\begin{cases} 2^{x-2} + \frac{1}{2}y = 3 \\ x - \log_{\sqrt{2}} y = 2 \end{cases} \quad \text{--- (*)}$$

真数条件より $y > \boxed{0}$ である. $z = 2^x$ とおくと

$$2^{x-2} + \frac{1}{2}y = 3 \text{ は}$$

$$2^x \cdot 2^{-2} + \frac{1}{2}y = 3 \text{ より}$$

$$\frac{1}{4}z + \frac{1}{2}y = 3.$$

$$\text{よって } z + \boxed{2}y = \boxed{12} \quad \text{--- ①}$$

$$x - \log_{\sqrt{2}} y = 2 \text{ は}$$

$$x \log_2 2 - \log_{\sqrt{2}} y = 2 \text{ より}$$

$$\log_2 2^x - \log_{\sqrt{2}} y = 2$$

$$\text{よって } \log_2 z - \log_{\sqrt{2}} y = 2 \quad \text{--- ② となる.}$$

さらに $w = \log_{\sqrt{2}} y$ とおくと $y = (\sqrt{2})^w$ であり. 両辺 2 を底とする対数をとると

$$\log_2 y = \log_2 (\sqrt{2})^w \text{ より}$$

$$\log_2 y = w \cdot \log_2 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\log_2 y = \frac{1}{2}w \quad \text{よって } w = \boxed{2} \log_2 y \text{ である}$$

$$\text{よって ② は } \log_2 z - 2 \log_2 y = 2 \text{ より}$$

$$\log_2 \frac{z}{y^2} = \log_2 4.$$

$$\text{ゆえに } z = \boxed{4} y^{\boxed{2}} \text{ となる} \quad \text{--- ③}$$

③を①に代入して

$$4y^2 + 2y = 12 \text{ より}$$

$$2y^2 + y - 6 = 0$$

$$(2y-3)(y+2) = 0.$$

$$y > 0 \text{ より } y = \boxed{\frac{3}{2}} \text{ となる.}$$

これを③に代入して

$$z = 4 \times \frac{9}{4} = \boxed{9} \text{ となる}$$

$$\text{よって } x = \log_2 9 \text{ となる}$$

$$\log_2 8 = 3, \log_2 16 = 4 \text{ であるので}$$

$$\frac{n}{2} \leq \log_2 9 < \frac{n+1}{2} \text{ を満たす整数 } n \text{ は } 6 \text{ か } 7 \text{ である}$$

$$\begin{aligned} \therefore 2\left(\frac{7}{2} - \log_2 9\right) &= 7 - 2\log_2 9 = \log_2 2^7 - \log_2 9^2 \\ &= \log_2 128 - \log_2 81 > 0 \text{ である} \end{aligned}$$

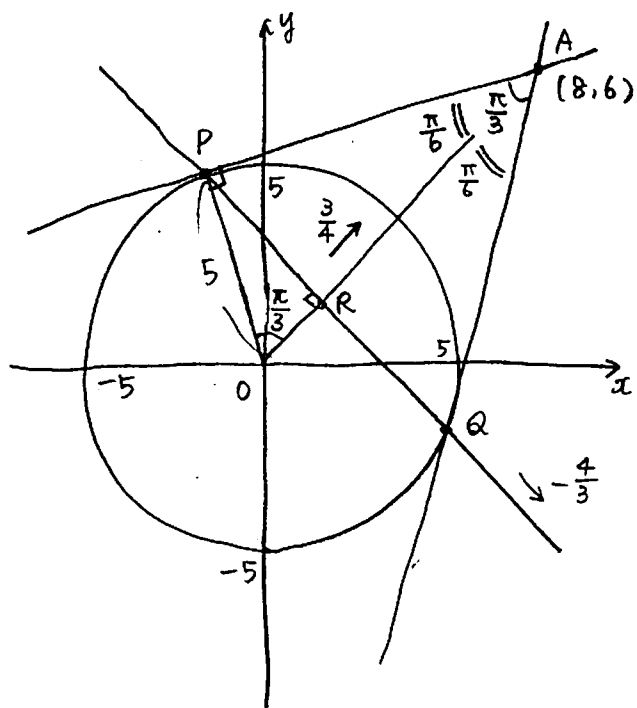
$$\frac{7}{2} > \log_2 9 \text{ より } \frac{6}{2} < \log_2 9 < \frac{7}{2} \text{ となるので } n = \boxed{6} \text{ である}$$

$$\text{よって } x+y = \log_2 9 + \frac{3}{2} \text{ である}$$

$$\frac{9}{2} < x+y < \frac{10}{2} \text{ より, 求める整数は } \boxed{4} \text{ となる}$$

解答記号	正解	配点
ア	0	2
イウエ	212	2
オ	2	2
カキ	42	2
クケ	32	2
コ	9	2
サ	6	2
シ	4	1

計 15 点



(1) 円Cの方程式は $x^2 + y^2 = 25$ である

(2) $\angle OAP = \frac{\pi}{6}$ であるので

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{5}{OA} \quad \text{5y}$$

$$OA = \frac{5}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = \boxed{10}$$

$OA \perp PQ$ より OA の傾きは $\boxed{\frac{3}{4}}$ ツテ

よって A は $y = \frac{3}{4}x$ 上の点となるので"

$$A(t, \frac{3}{4}t) \quad (t>0) \text{ とおける}$$

$$\sqrt{t^2 + \left(\frac{3}{4}t\right)^2} = 10 \text{ から}$$

$$t^2 + \frac{9}{16}t^2 = 100$$

$$\frac{25}{16} t^2 = 10.0$$

$$t^2 = 100 \times \frac{16}{25} = 4 \times 16$$

577 $t = 2 \times 4 = 8$ より

$$A \text{ は } (8, \frac{3}{4} \times 8) = (\boxed{8}, \boxed{6}) \text{ となる}$$

(3) $\angle POR = \frac{\pi}{3}$ であり $OR = OP \cos \frac{\pi}{3} = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ である。

$$\text{OR: } RA = \frac{5}{2} : (10 - \frac{5}{2}) = \frac{5}{2} : \frac{15}{2} = 1 : \boxed{3}$$

よって R は $(\frac{8}{4}, \frac{6}{4}) = (2, \frac{3}{2})$ であるから

PQの式は $y = -\frac{4}{3}(x-2) + \frac{3}{2}$ となり $y = -\frac{4}{3}x + \frac{25}{6}$ となる。

これを $x^2 + y^2 = 25$ に代入して

$$x^2 + \left(-\frac{4}{3}x + \frac{25}{6}\right)^2 = 25 \text{ sq.}$$

$$x^2 + \frac{16}{9}x^2 - 2 \times \frac{4^2}{3} \times \frac{25}{6}x + \frac{25^2}{36} - 25 = 0$$

$$\frac{25}{9}x^2 - \frac{100}{9}x + \frac{25(25-36)}{36} = 0.$$

$$x^2 - 4x - \frac{11}{4} = 0$$

$$4x^2 - 16x - 11 = 0$$

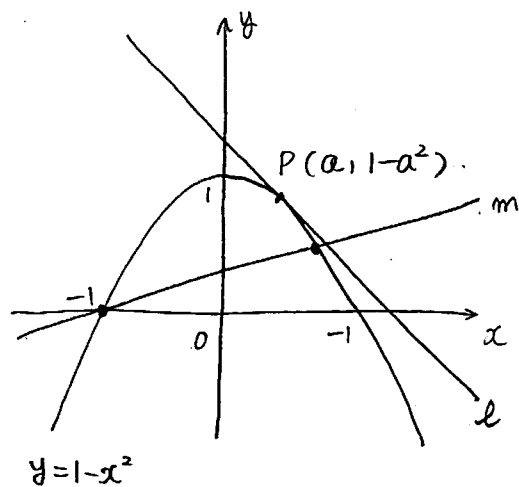
$$\therefore x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 44}}{4} = \frac{8 \pm \sqrt{108}}{4}$$

$$= \frac{8 \pm 6\sqrt{3}}{4} = \frac{\boxed{4} \pm \overset{4}{\boxed{3}} \overset{4}{\sqrt{\overset{4}{\boxed{3}}}}}{2} \quad \text{✓ 43}$$

解答記号	正解	配点
スセ	25	1
ソ	6	1
タチ	10	2
ツテ	34	1
トナ	86	2
ニヌ	52	2
ネ	3	1
ノハセ	256	2
フハホ	433	3

計 15 点

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 108} \\ 2 \overline{) 54} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$



(1) $y = 1 - x^2$ において $y' = -2x$ だから

$P(a, 1 - a^2)$ での接線は

$$y = -2a(x - a) + 1 - a^2 \text{ より}$$

$$y = -\frac{2a}{1}x + a\frac{2}{1} + \frac{1}{1} \text{ である.}$$

これは $2ax + y - (a^2 + 1) = 0$ とできるから

$O(0, 0)$ との距離 h は

$$h = \frac{|-(a^2 + 1)|}{\sqrt{4a^2 + 1}} = \frac{a^2 + 1}{\sqrt{4a^2 + 1}} \text{ となる}$$

ここで $t = \sqrt{4a^2 + 1}$ とおくと $t^2 = 4a^2 + 1$ より $a^2 = \frac{t^2 - 1}{4}$ だから

$$h = \frac{\frac{t^2 - 1}{4} + 1}{t} = \frac{\frac{t^2 + 3}{4}}{t} = \frac{1}{4t}(t^2 + 3) = \frac{1}{4} \left(t + \frac{3}{t} \right) \text{ となる}$$

(1) $t > 0$ より 相加相乗平均の関係から

$$h = \frac{1}{4} \left(t + \frac{3}{t} \right) \geq \frac{1}{4} \times 2 \sqrt{t \times \frac{3}{t}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ シス であり.}$$

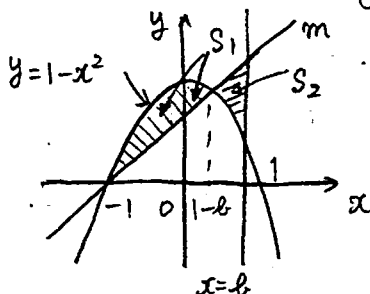
(等号は $t = \frac{3}{t}$ より $t^2 = 3$ のとき)

(つまり $a^2 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$ より $a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき) となる。

(2) $Q(-1, 0)$ と $R(1-b, 2b-b^2)$ を通る直線は

$$y = \frac{0 - (2b - b^2)}{-1 - (1 - b)}(x + 1) = \frac{b(b-2)}{b-2}(x+1) = b(x+1) = \frac{x}{b}x + \frac{y}{b}$$

(傾き b ($-\frac{1}{2} < b \leq 1$) の $(-1, 0)$ を通る直線)



$y = bx + b$ を $y = 1 - x^2$ に代入すると

$$bx + b = 1 - x^2 \text{ より}$$

$$x^2 + bx + b - 1 = 0$$

$$(x+1)(x+b-1) = 0$$

よって 交点の x 座標は $x = -1, 1-b$ だから

$$S_1 = \frac{\{(1-b) - (-1)\}^3}{6} = \frac{(2-b)^3}{6} = \frac{8 - 12b + 6b^2 - b^3}{6} \\ = \frac{-1}{6}b^3 + b^2 - \frac{2}{3}b + \frac{4}{3} \text{ となる}$$

$$\text{また } S_2 = \int_{1-b}^1 \{(bx + b) - (1 - x^2)\} dx \text{ より}$$

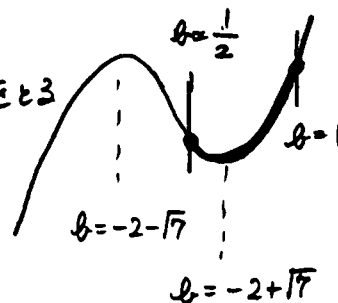
$$\begin{aligned}
 S_2 &= \int_{1-b}^b (x^2 + bx + b-1) dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + (b-1)x \right]_{1-b}^b \\
 &= \frac{1}{3} \{ b^3 - (1-b)^3 \} + \frac{b}{2} \{ b^2 - (1-b)^2 \} + (b-1) \{ b - (1-b) \} \\
 &= \frac{1}{3} \{ b^3 - (1-3b+3b^2-b^3) \} + \frac{b}{2} \{ b^2 - (1-2b+b^2) \} + (b-1)(2b-1) \\
 &= \frac{1}{3} (2b^3 - 3b^2 + 3b - 1) + \frac{b}{2} (2b-1) + (b-1)(2b-1) \\
 &= \frac{2}{3}b^3 - b^2 + b - \frac{1}{3} + (2b-1)\left(\frac{3}{2}b-1\right) \\
 &= \frac{2}{3}b^3 + 2b^2 + \left(1-2-\frac{3}{2}\right)b - \frac{1}{3} + 1 \\
 &= \left[\frac{2}{3}\right]_+ b^3 + 2b^2 - \left[\frac{5}{2}\right]_+ b + \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore S &= S_1 + S_2 = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)b^3 + 3b^2 + \left(-2 - \frac{5}{2}\right)b + \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3}\right) \\
 &= \left[\frac{1}{2}\right]_+^* b^3 + 3b^2 - \left[\frac{9}{2}\right]_+^{\wedge} b + 2 \quad \text{となすので}
 \end{aligned}$$

$$S' = \frac{3}{2}b^2 + 6b - \frac{9}{2}$$

$$= \frac{3}{2}(b^2 + 4b - 3) \quad \text{より } S'=0 \text{ の解は } b = -2 \pm \sqrt{7}$$

$$\text{ゆえに } b = \left[\frac{\sqrt{7}}{7}\right] - \left[\frac{2}{7}\right]_+^{\wedge} \text{で } S \text{ は最小値をとる}$$



解答記号 正解 配点

-アイ x+a ² +エ	-2ax+a ² +1	3
オ a ² +カ	4a ² +1	3
$\frac{1}{キ} \left(1 + \frac{2}{i}\right)$	$\frac{1}{4} \left(1 + \frac{3}{i}\right)$	3
ケ	3	1
$\frac{\sqrt{3}}{サ}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	2
$\frac{\sqrt{2}}{ス}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	2
セ x+ソ	bx+b	3
$\frac{タチ}{ツ}$	$-\frac{1}{6}$	2
テ	2	2
$\frac{ト}{ナ}$	$\frac{2}{3}$	3
$\frac{ニ}{ヌ}$	$\frac{5}{2}$	3
$\frac{ネ}{フ}, \frac{ハ}{ヘ}$	$\frac{1}{2}, \frac{9}{2}$	1
$\sqrt{7}-ヘ$	$\sqrt{7}-2$	2

第2問
(30)

$$a_1 = -40, \quad a_{n+1} = |4n - a_n| + 2a_n \quad \text{--- ①} \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad a_2 &= |4 \times 1 - a_1| + 2a_1 \\ &= |4 + 40| + 2 \times (-40) \\ &= 44 - 80 = -\boxed{36} \\ &\quad \text{アイ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_3 &= |4 \times 2 - (-36)| + 2 \times (-36) \\ &= 44 - 72 = -\boxed{28} \quad \text{であるので"} \\ &\quad \text{ウエ.} \end{aligned}$$

最初の3項については $a_n \leq 4n$ --- ② であるから

$$n = 1, 2, 3 \text{ で } a_{n+1} = (4n - a_n) + 2a_n \quad \text{より}$$

$$a_{n+1} = a_n + 4n \quad \text{をみたす}$$

初項から第 m 項まで ② がなりたっているとする

$$n = 1, 2, \dots, m \text{ で } a_{n+1} = a_n + 4n \quad \text{をみたすから}$$

$$a_{n+1} - a_n = \boxed{4}n \quad \text{である}$$

$$\text{よって } n = 2, 3, \dots, m+1 \text{ で}$$

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 4k = -40 + 4 \times \frac{n(n-1)}{2}$$

$$= 2n^2 - 2n - 40 \quad \text{をみたす}$$

これは $n=1$ でもなりたつ

$$\text{ゆえに } n = 1, 2, 3, \dots, m+1 \text{ で}$$

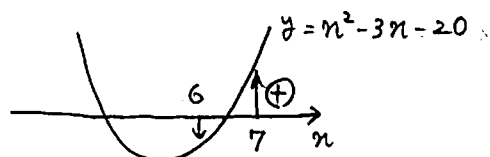
$$a_n = \boxed{2}n^2 - \boxed{2}n - \boxed{40} \quad \text{--- ③} \quad \text{がなりたつ}$$

$$\text{こゝで } 2n^2 - 2n - 40 > 4n \quad \text{をとくと}$$

$$2n^2 - 6n - 40 > 0 \quad \text{より}$$

$$n^2 - 3n - 20 > 0$$

$$(\text{左辺}) = 0 \text{ の解は } n = \frac{3 \pm \sqrt{9+80}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{2} \quad \text{「のこ」}$$



$$\begin{aligned} n &= \frac{3+9}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ のとき } n^2 - 3n - 20 \\ &= 36 - 18 - 20 = -2 < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= 7 \text{ のとき } n^2 - 3n - 20 \\ &= 49 - 21 - 20 = 8 > 0 \end{aligned}$$

$$\text{よって } a_n > 4n \text{ をみたす 最小の自然数は } n = \boxed{7} \quad \text{であり}$$

$$n \geq 7 \text{ のときのすべての自然数 } n \text{ で } a_n > 4n \text{ をみたす}$$

$$\text{ゆえに } n = 1, 2, \dots, 7 \text{ のときは } a_n = 2n^2 - 2n - 40 \text{ となり}$$

$$\begin{aligned} a_7 &= 2 \times 49 - 2 \times 7 - 40 \quad \text{サシ} \\ &= 98 - 14 - 40 = \boxed{44} \quad \text{となる} \end{aligned}$$

(2) [I] $n=7$ のときは $a_7 = 44$ より $a_7 - 4 \times 7 = 44 - 28 > 0$ より

$$a_n > 4n \text{ が成り立つ}$$

[II] $n \geq 7$ の自然数のとき $a_k > 4k$ が成り立つとすると

$$a_{k+1} = |4k - a_k| + 2a_k$$

$$= -(4k - a_k) + 2a_k$$

$$= \boxed{3}a_k - \boxed{4}k > 3 \cdot 4k - 4k = 8k \text{ より}$$

$$a_{k+1} > 8k > 4(k+1) \text{ となる}$$

$n=k+1$ のときも $a_{k+1} > 4(k+1)$ が成り立つ

よって ① ④ により

$$a_{n+1} = 3a_n - 4n \quad (n \geq 7) \text{ である} \quad - \text{⑤}$$

$$\text{また} \quad a_{n+2} = 3a_{n+1} - 4(n+1) \quad - \text{⑤}' \text{ も成り立つので}$$

$$\text{⑤}' - \text{⑤} \text{ より} \quad a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) - 4 \text{ である}$$

$$b_n = a_{n+1} - a_n \text{ とおくと} \quad b_{n+1} = \boxed{3}b_n - \boxed{4} \quad (n \geq 7) \text{ が成り立つ}$$

この両辺から 2 をひいて

$$b_{n+1} - \boxed{2} = \boxed{3}(b_n - 2) \text{ であり} \quad \left(\begin{array}{l} c = 3c - 4 \\ -2c = -4 \\ c = 2 \end{array} \right)$$

$$b_7 = a_8 - a_7 = (3a_7 - 4 \times 7) - a_7 \\ = 2a_7 - 28 = 2 \times 44 - 28 = \boxed{60} \text{ であるので}$$

$$b_7 - 2 \quad b_8 - 2 \quad b_9 - 2 \quad \dots \quad b_n - 2$$

$\swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow$
 $\times 3 \quad \times 3 \quad \times 3 \quad \times 3$

$$\left(\begin{array}{l} b_8 - 2 = (b_7 - 2) \times 3 \\ b_9 - 2 = (b_8 - 2) \times 3^2 \\ b_{10} - 2 = (b_9 - 2) \times 3^3 \\ \vdots \end{array} \right)$$

$$b_n - 2 = (b_7 - 2) \times 3^{n-7} \text{ である}$$

$$b_n = \boxed{58} \times 3^{n-7} + 2 \text{ である}$$

$$\text{⑤から} \quad a_{n+1} - a_n = 2a_n - 4n \text{ より}$$

$$b_n = \boxed{2}a_n - 4n \text{ である}$$

$$n \geq 7 \text{ のとき} \quad a_n = \frac{1}{2}(b_n + 4n)$$

$$= \frac{1}{2}(58 \cdot 3^{n-7} + 2) + 2n$$

$$= \boxed{29} \times 3^{n-7} + \boxed{2}n + \boxed{1} \text{ となる}$$

よって

よって

$$a_n = \begin{cases} 2n^2 - 2n - 40 & (n \leq 7) \\ 29 \times 3^{n-7} + 2n + 1 & (n \geq 8) \end{cases} \text{ となる}$$

となる

問題番号 (配点)	解答記号	正解	配点
第3問 (20)	-アイ	-36	1
	-ウエ	-28	1
	オn	4n	1
	カ n^2 -キn-クケ	$2n^2 - 2n - 40$	2
	コ	7	2
	サシ	44	1
	ス a_k -セk	$3a_k - 4k$	2
	ソ b_n -タ	$3b_n - 4$	2
	チ, ツ	2, 3	2
	テト	60	1
	ナニ	58	2
	ヌ	2	1
	ネノ, ハ, ヒ	29, 2, 1	2

$$\vec{PA} \cdot \vec{PB} = \frac{5}{4} \quad \text{① より}$$

$$(\vec{a} - \vec{p}) \cdot (\vec{x} - \vec{p}) = \frac{5}{4} \quad \text{また } \vec{a} \cdot \vec{x} = |\vec{a}| |\vec{x}| \cos 60^\circ \\ = 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = \boxed{3} \text{ より}$$

$$\text{①より} \quad |\vec{p}|^2 - (\vec{a} + \vec{x}) \cdot \vec{p} + \vec{a} \cdot \vec{x} = \frac{5}{4}$$

$$\text{よって } |\vec{p}|^2 - (\vec{a} + \vec{x}) \cdot \vec{p} + 3 - \frac{5}{4} = 0 \text{ より}$$

$$|\vec{p}|^2 - (\vec{a} + \vec{x}) \cdot \vec{p} + \boxed{\frac{7}{4}} = 0$$

$$\text{さらに } \left| \vec{p} - \frac{\vec{a} + \vec{x}}{2} \right|^2 - \frac{|\vec{a} + \vec{x}|^2}{4} + \frac{7}{4} = 0 \text{ より}$$

$$\left| \vec{p} - \frac{\vec{a} + \vec{x}}{2} \right|^2 = \frac{|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{x} + |\vec{x}|^2 - 7}{4} \\ = \frac{4 + 2 \times 3 + 9 - 7}{4} = 3$$

$$\text{よって } \left| \vec{p} - \frac{\vec{a} + \vec{x}}{2} \right| = \boxed{\sqrt{3}} \quad \text{よって}$$

$$\vec{OM} = \frac{\vec{a} + \vec{x}}{2} \text{ とすると } |\vec{MP}| = \sqrt{3} \text{ より}$$

点PはMを中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円周上を動く。

次にOC上の点Hを $\vec{OC} \perp \vec{MH}$, $\vec{OH} = t\vec{c}$ とすると

$$\vec{OC} \cdot \vec{MH} = \boxed{0} \text{ から}$$

$$\vec{c} \cdot (\vec{OH} - \vec{OM}) = 0 \text{ より}$$

$$\vec{c} \cdot (t\vec{c} - \frac{\vec{a} + \vec{x}}{2}) = 0$$

$$t|\vec{c}|^2 - \frac{1}{2}(\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{x} \cdot \vec{c}) = 0$$

$$\text{よって } t \times 1^2 - \frac{1}{2}(2 \times 1 \times \cos 120^\circ + 3 \times 1 \times \cos 60^\circ) = 0 \text{ より}$$

$$t = \frac{1}{2} \left(2 \times (-\frac{1}{2}) + 3 \times \frac{1}{2} \right) = \boxed{\frac{1}{4}} \text{ となる}$$

$$\text{よって } |\vec{MH}|^2 = \left| \frac{1}{4}\vec{c} - \frac{\vec{a} + \vec{x}}{2} \right|^2$$

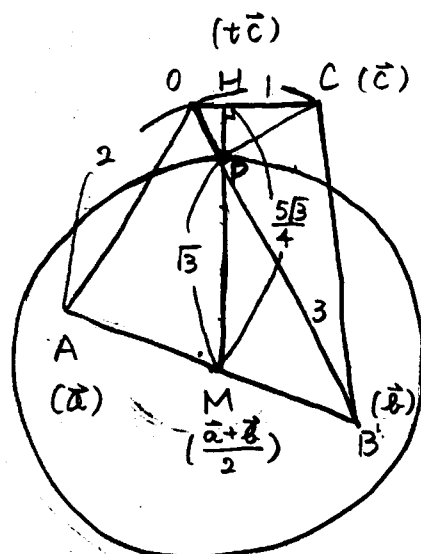
$$= \left| \frac{1}{4}(\vec{c} - 2\vec{a} - 2\vec{x}) \right|^2$$

$$= \frac{1}{16} \{ |\vec{c}|^2 + 4|\vec{a}|^2 + 4|\vec{x}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{c} + 8\vec{a} \cdot \vec{x} - 4\vec{x} \cdot \vec{c} \}$$

$$= \frac{1}{16} \{ 1 + 4 \times 4 + 4 \times 9 - 4 \times (-1) + 8 \times 3 - 4 \times \frac{3}{2} \}$$

$$= \frac{1}{16} (1 + 16 + 36 + 4 + 24 - 6)$$

$$= \frac{75}{16} \text{ より } |\vec{MH}| = \boxed{\frac{5\sqrt{3}}{4}} \text{ となる}$$



解答記号	正解	配点
ア	3	1
イ	$\frac{7}{4}$	2
エ	2	1
オ	3	3
カ	0	1
キ	$\frac{1}{4}$	3
ク	$\frac{5\sqrt{3}}{4}$	4
ケ	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	4
コ	$\frac{\sqrt{3}}{8}$	1

よって P と OC の距離の
最小値は $|\vec{MH}| = \frac{5\sqrt{3}}{4}$ から

円の半径 $\sqrt{3}$ を引いて

$$\frac{5\sqrt{3}}{4} - \sqrt{3} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{4}} \text{ となる}$$

したがって $\triangle OCP$ の面積の

最小値は

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{8}} \text{ となる}$$

(1) 出た目にかかわらずもう一度なげることにしたときの得点 X の

$$\text{期待値は } \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} \text{ ア}$$

1 がでたときはもう一度なげ、2 以上がでたらそのまま得点にするときの得点を Y とすると

$$Y=1 \text{ となる確率は 2 回とも 1 がでるときで } \frac{1}{36} \text{ ウ}$$

$$Y=2 \text{ となる確率は 1 回目 1 で 2 回目 2 のときと}$$

1 回目 2 のときがあるから

$$\frac{1}{36} + \frac{1}{6} = \frac{7}{36} \text{ カ}$$

$Y=3, 4, 5, 6$ も 2 と同様に考えてそれぞれ $\frac{7}{36}$ だから

$$Y \text{ の期待値は } 1 \times \frac{1}{36} + 2 \times \frac{7}{36} + 3 \times \frac{7}{36} + 4 \times \frac{7}{36} + 5 \times \frac{7}{36} + 6 \times \frac{7}{36}$$

$$= \frac{1}{36} \{ 1 + 7(2+3+4+5+6) \}$$

$$= \frac{1}{36} \times (1 + 7 \times 20) = \frac{141}{36} = \frac{47}{12} \text{ ケコ (} > \frac{42}{12} = \frac{7}{2} \text{)}$$

17 のさいころをなげることによって $\frac{7}{2}$ 点が得られるとみなしてよいので

最初のさいころの目が $\frac{7}{2}$ より大きいときはそのまま得点にし、

$\frac{7}{2}$ より小さいときはもう一度なげるのがよいことがわかる。

よって 1~3 のときはもう一度なげて、4~6 のときはそのまま得点にする。

この得点を Z とすると $Z=1, 2, 3$ のときの確率はそれぞれ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

$Z=4, 5, 6$ のときの確率はそれぞれ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1+2}{12} = \frac{3}{12}$ だから

$$Z \text{ の期待値は } 1 \times \frac{1}{12} + 2 \times \frac{1}{12} + 3 \times \frac{1}{12} + 4 \times \frac{3}{12} + 5 \times \frac{3}{12} + 6 \times \frac{3}{12}$$

$$= \frac{1}{12} \times (1+2+3) + \frac{3}{12} \times (4+5+6) = \frac{6+45}{12} = \frac{51}{12} = \frac{17}{4} \text{ セ}$$

(2) A の点数を X とすると $\frac{X-66.2}{15.0}$ は標準正規分布に従う。

$$\frac{80-66.2}{15.0} = \frac{13.8}{15.0} = 0.92 \text{ より 上位からの確率は } 0.5 - 0.3212 = 0.1788$$

$$\text{よって } 14000 \times 0.1788 = 2503.2 \text{ より}$$

[7] は ② 2001 位から 3000 位の間

$$\text{また } \frac{59-66.2}{15.0} = \frac{-7.2}{15.0} = -0.48 \text{ より 上位からの確率は } 0.5 + 0.1844 = 0.6844$$

$$\text{よって } 14000 \times 0.6844 = 9581.6 \text{ より}$$

[4] は ⑨ 9001 位から 10000 位の間

科目 B の平均 m の 95% の信頼区間は

$$63.5 - 1.96 \times \frac{16.0}{\sqrt{196}} \leq m \leq 63.5 + 1.96 \times \frac{16.0}{\sqrt{196}} \text{ より}$$

$$63.5 - 2.24 \leq m \leq 63.5 + 2.24$$

$$\text{よって } \frac{61}{3} \leq m \leq \frac{65}{3} \text{ ナニ、ヌ}$$

解答記号	正解	配点
ア イ	$\frac{7}{2}$	1
ウ エオ	$\frac{1}{36}$	1
カ キク	$\frac{7}{36}$	2
ケコ サシ	$\frac{47}{12}$	2
セ ソ	$\frac{17}{4}$	4
タ	2	3
チ	9	3
ツテ、ト	61.3	2
ナニ、ヌ	65.7	2

第5問
(20)

$$\begin{array}{r} 0.1788 \\ \times 14000 \\ \hline 7152 \\ 1788 \\ \hline 2503.2000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.6844 \\ \times 14000 \\ \hline 27376 \\ 6844 \\ \hline 9581.6000 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 1.96 \times \frac{16.0}{\sqrt{196}} &= 1.96 \times \frac{16}{14} \\ &= 0.28 \times 8 \\ &= 2.24 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 0.92 \\ 15.0 \overline{) 13.80} \\ \underline{1350} \\ 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.48 \\ 15.0 \overline{) 7.20} \\ \underline{600} \\ 1200 \end{array}$$