

$$x^2 + \frac{4}{x^2} = 9 \text{ より } \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \times x \times \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}$$

$$= 9 + 4 = \boxed{13}$$

P1

$$x \text{ は正より } x + \frac{2}{x} = \sqrt{13}$$

$$\begin{aligned} \text{さらに } x^3 + \frac{8}{x^3} &= \left(x + \frac{2}{x}\right) \left(x^2 - x \times \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}\right) \\ &= \left(x + \frac{2}{x}\right) \left(x^2 + \frac{4}{x^2} - \boxed{2}\right) \\ &= \sqrt{13} \times (9 - 2) \\ &= \boxed{7\sqrt{13}} \quad \text{エ''ある} \\ &\quad \text{エ オカ} \end{aligned}$$

また

$$\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right)^2 = x^4 + 2 \times x^2 \times \frac{4}{x^2} + \frac{16}{x^4} \text{ より}$$

$$9^2 = x^4 + \frac{16}{x^4} + 8$$

$$\text{よって } x^4 + \frac{16}{x^4} = 81 - 8 = \boxed{73}$$

キク

解答記号	正 解	配点
アイ	13	3
ウ	2	1
エ√オカ	$7\sqrt{13}$	3
キク	73	3

計 10点

(1) $\neg p: x=1$

$q: x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$ について

$p \xrightleftharpoons[x]{0} q$ がなりたつから p を示すためには q であることが 必要 である
ケ ①

$\neg \bar{p}: x \neq 1$

$q: x=\pm 1$ について

$\bar{p} \xrightleftharpoons[x]{x} q$ であるから コ は ③ 必要条件でも十分条件でもない

$\neg p \wedge \neg \bar{p}: (x=1 \text{ or } x \neq \pm 1) \Leftrightarrow x \neq -1$

$q: x=\pm 1$ について

$(p \text{ or } \bar{q}) \xrightleftharpoons[x]{x} q$ であるから サ は ③ 必要条件でも十分条件でもない

$\neg (\bar{p} \text{ or } q): (x \neq 1 \text{ or } x=\pm 1) \Leftrightarrow x=-1$

$q: x=\pm 1$ について

$(\bar{p} \text{ or } q) \xrightleftharpoons[x]{0} q$ であるから q を示すためには

$(\bar{p} \text{ or } q)$ が示されれば 十分 である
シ ①

(2) $\neg p: x=1$

$q: x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$

$r: x>0$ について

A: $\neg (p \text{ or } q) \Rightarrow r$ は $\neg x=1 \Rightarrow x>0$ となり 真

B: $\neg q \Rightarrow r$ は $x \neq \pm 1 \Rightarrow x>0$ となり 偽

C: $\neg q \Rightarrow \neg p$ は 対偶の $p \Rightarrow q$ が 真なので 真 よって ス は ② が正解

解答記号	正解	配点
ケ	0	1
コ	3	2
サ	3	2
シ	1	2
ス	2	3

10点

$$g(x) = x^2 - 2(3a^2 + 5a)x + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$$

$$= \{x - (3a^2 + 5a)\}^2 - (3a^2 + 5a)^2 + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$$

$$= \{x - (3a^2 + 5a)\}^2 - (9a^4 + 30a^3 + 25a^2) + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$$

$$= \{x - (3a^2 + 5a)\}^2 + 9a^4 + 24a^2 + 16$$

$$\text{よって 頂点は } (\boxed{3}a^2 + \boxed{5}a, \boxed{9}a^4 + \boxed{24}a^2 + \boxed{16})$$

セ ソ タ チツ テト

$$a \text{ が実数全体をうごくとき } 3a^2 + 5a = 3\left(a + \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{12} \text{ より}$$

$$\text{頂点の } x \text{ 座標の最小値は } -\boxed{\frac{25}{12}} \text{ ナニヌネ}$$

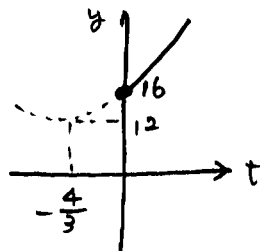
$$t = a^2 \text{ とおくと 頂点の } y \text{ 座標は } 9t^2 + 24t + 16$$

$$= 9\left(t + \frac{4}{3}\right)^2 - 16 + 16$$

$$= 9\left(t + \frac{4}{3}\right)^2 \text{ であり}$$

$$t = a^2 \geq 0 \text{ より}$$

$$t = 0 \text{ で最小値をとりその値は } \boxed{16} \text{ ノハ}$$



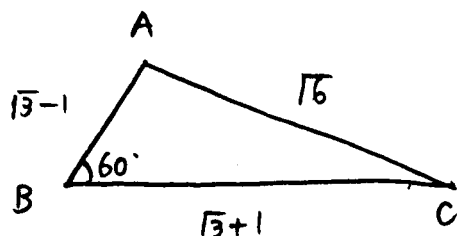
解答記号

正解

配点

セ, ソ	3, 5	2
タ, チツ, テト	9, 24, 16	2
ナニ ヌネ	$-\frac{25}{12}$	3
ノハ	16	3

(1)



余弦定理より

$$\begin{aligned} AC^2 &= (\sqrt{3}-1)^2 + (\sqrt{3}+1)^2 - 2 \times (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) \times \cos 60^\circ \\ &= 4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} - (3-1) \\ &= 8 - 2 = 6 \end{aligned}$$

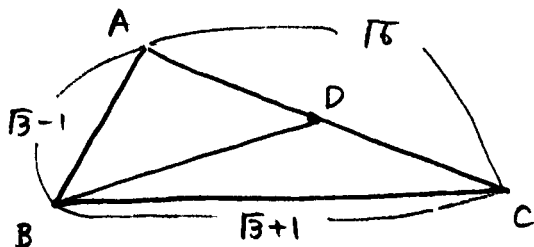
$$\therefore AC = \sqrt{6}$$

 $\triangle ABC$ の外接円の半径を R とすると正弦定理より

$$2R = \frac{\sqrt{6}}{\sin 60^\circ} \quad \text{だから} \quad R = \frac{\sqrt{6}}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\text{また} \quad 2R = \frac{\sqrt{3}+1}{\sin A} \quad \text{より} \quad \sin A = \frac{\sqrt{3}+1}{2R} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

(2)

 $(\triangle ABD \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \sin A$ より

$$\frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{2} \times AB \cdot AD \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \therefore AB \cdot AD &= \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} \\ &= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{2} = \sqrt{2}(\sqrt{3}-1) \end{aligned}$$

$$AB = \sqrt{3}-1 \quad \text{より} \quad (\sqrt{3}-1)AD = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3} \quad \text{だから}$$

$$AD = \frac{2}{3}$$

解答記号

正解

配点

$\sqrt{ア}$	$\sqrt{6}$	3
$\sqrt{イ}$	$\sqrt{2}$	3
$\frac{\sqrt{ウ} + \sqrt{エ}}{オ}$	$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ または $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$	3
$\frac{カ\sqrt{キ} - ク}{ケ}$	$\frac{2\sqrt{3} - 2}{3}$	3
$\frac{コ}{サ}$	$\frac{2}{3}$	3

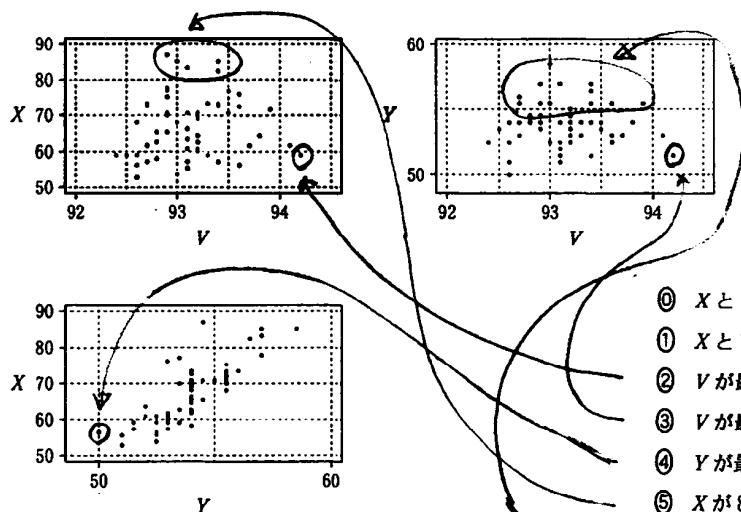


図1

- ① XとVの間の相関は、XとYの間の相関より強い。×
 ② XとYの間には正の相関がある。○
 ③ Vが最大のジャンプは、Xも最大である。×
 ④ Vが最大のジャンプは、Yも最大である。×
 ⑤ Yが最小のジャンプは、Xは最小ではない。○
 ⑥ Xが80以上のジャンプは、すべてVが93以上である。×
 ⑦ Yが55以上かつVが94以上のジャンプはない。○

(1)

図1からよみとれるものとして正しいものは

① ④ ⑥
シ ス セ

$$(2) X = 1.80 \times (D - 125.0) + 60.0$$

$$= 1.80D - 285.0 \quad \text{であり}$$

$d_1, d_2, \dots, d_n$ に対応する T -9 を

$x_1, x_2, \dots, x_n$ とし、 D, X の平均をそれぞれ $\bar{d}, \bar{x}$ とすると

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 1.8 \\ \hline 1000 \\ 125 \\ \hline 225.0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (X \text{ の分散}) &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \\ &= \frac{\{(1.8d_1 - 285) - (1.8\bar{d} - 285)\}^2 + \dots + \{(1.8d_n - 285) - (1.8\bar{d} - 285)\}^2}{n} \\ &= 1.8^2 \times \frac{\{(d_1 - \bar{d})^2 + \dots + (d_n - \bar{d})^2\}}{n} \\ &= \boxed{3.24} \times (D \text{ の分散}) \end{aligned}$$

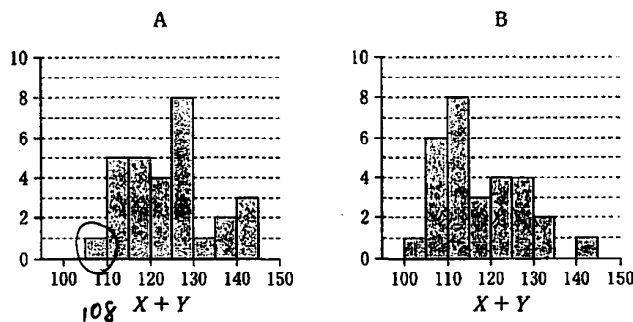
$$\begin{array}{r} 1.8 \\ \times 1.8 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 3.24 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (X \text{ と } Y \text{ の共分散}) &= \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})}{n} \\ &= \frac{\{(1.8d_1 - 285) - (1.8\bar{d} - 285)\}(y_1 - \bar{y}) + \dots + \{(1.8d_n - 285) - (1.8\bar{d} - 285)\}(y_n - \bar{y})}{n} \\ &= 1.8 \times \frac{(d_1 - \bar{d})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (d_n - \bar{d})(y_n - \bar{y})}{n} \\ &= \boxed{1.8} \times (D \text{ と } Y \text{ の共分散}) \end{aligned}$$

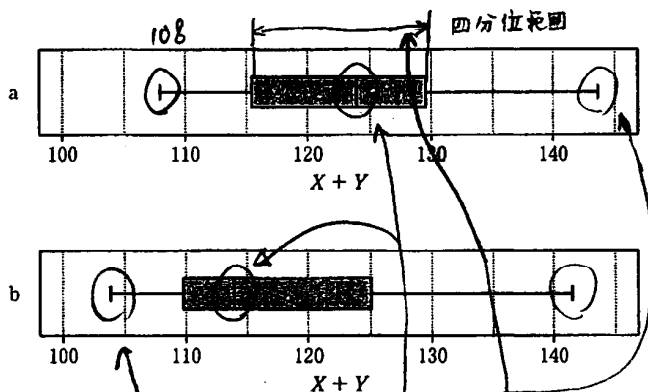
9 ③

$$\begin{aligned}
 \bullet (X \text{ と } Y \text{ の 相 関 係 数}) &= \frac{(X \text{ と } Y \text{ の 共 分 散})}{(X \text{ の 標 準 偏 差})(Y \text{ の 標 準 偏 差})} \\
 &= \frac{1.8 \times (D \text{ と } Y \text{ の 共 分 散})}{\sqrt{1.8^2 \times (D \text{ の 分 散})} \times (Y \text{ の 標 準 偏 差})} \\
 &= \frac{(D \text{ と } Y \text{ の 共 分 散})}{(D \text{ の 標 準 偏 差})(Y \text{ の 標 準 偏 差})} \\
 &= \boxed{1} \times (D \text{ と } Y \text{ の 相 関 係 数}) \quad \text{と なる} \\
 &\quad \text{チ ②}
 \end{aligned}$$

(3)



(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)



1 回目 の $X+Y$ の 最 小 値 が 108 より

1 回目 の $X+Y$ の グラフ は A

箱ひげ図は a

よって ☐ は ②

② 1 回目 の $X+Y$ の 四 分 位 範 囲 は、2 回目 の $X+Y$ の 四 分 位 範 囲 より 大 き い。×

① 1 回目 の $X+Y$ の 中 央 値 は、2 回目 の $X+Y$ の 中 央 値 より 大 き い。○

② 1 回目 の $X+Y$ の 最 大 値 は、2 回目 の $X+Y$ の 最 大 値 より 小 さ い。×

③ 1 回目 の $X+Y$ の 最 小 値 は、2 回目 の $X+Y$ の 最 小 値 より 小 さ い。×

15 より 小

15 より 大

解答記号

正解

配点

解答記号	正解	配点
シ, ス, セ	1, 4, 6 (解答の順序は問わない)	6 (各 2)
ソ	4	2
タ	3	2
チ	2	2
ツ	0	1
テ	1	2

正しいものは ① ☐

(1) A, B の少なくとも一方があたりをひく事象 E_1 の確率は

全体から2人ともはずれの場合をひけばよいから

$$1 - \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{6} = \boxed{\frac{5}{6}} \text{ ア}$$

(2) A, B, C の3人で2本のあたりのくじをひく事象 E は

だれか1人だけがはずれのくじをひく事象となるので

①, ③, ⑤ の和事象である

ウ エ オ

A B C

(i) Aだけがはずれの場合 $\frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

× ○ ○

(ii) Bだけがはずれの場合 $\frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

○ × ○

(iii) Cだけがはずれの場合 $\frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{1}{6}$

○ ○ ×

よって その和事象の確率は $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$ カキ

(3) A B C の3人の順に あたりを○, はずれを×として並べると $4C_2 = 6$ だけあり、

それらは同様にたしからしい。

	A	B	C	の3人
(ア)	○	○	×	×
(イ)	○	×	○	×
(ウ)	○	×	×	○
(エ)	×	○	○	×
(オ)	×	○	×	○
(カ)	×	×	○	○

E_1 かつ E

左図より

E_1 がおこったときに E がおこる確率は

$$\frac{(E_1 \text{ かつ } E \text{ の確率})}{(E_1 \text{ の確率})} = \frac{\frac{3}{6}}{\frac{5}{6}} = \boxed{\frac{3}{5}} \text{ クケ}$$

(4) B, C の少なくとも一方があたりくじをひく事象 E_2 は

(3) の(ウ)以外である。 ① Aがはずれは (エ)(オ)(カ)

③ Bだけがはずれは (イ)

⑤ Cだけがはずれは (ア)

よって ① ③ ⑤ の和事象である、その確率は $\boxed{\frac{5}{6}}$ スセ

コサシ

また AC の少なくとも一方があたりをひくのも $\boxed{\frac{5}{6}}$ ソタ

(5) (3) より $P_1 = \frac{3}{5}$

$$\text{また } P_2 = \frac{((ア)(イ)(エ))}{((ウ) \text{ 以外})} = \frac{\frac{3}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{5}$$

$$P_3 = \frac{((ア)(イ)(エ))}{((オ) \text{ 以外})} = \frac{\frac{3}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{5} \text{ より}$$

$P_1 = P_2 = P_3$ となる(チ)は⑥)

解答記号	正解	配点
アイ	5 6	2
ウエオ	1 3 5 (順不同)	3
カキ	1 2	2
クケ	3 5	2
コサシ	0 3 5 (順不同)	3
スセ	5 6	2
ソタ	5 6	2
チ	6	4

計 20点

(1) 4でわりきれるのは 下2桁が4でわりきれる場合だから

$$372 \text{ と } 376 \text{ より } a = \underset{\text{ア}}{\boxed{2}}, \underset{\text{イ}}{\boxed{6}}$$

(2) $7b5C$ が 4でわりきれるとき $50+C$ が 4の倍数より

$$C = 2, 6$$

また、各位の数の和が 9 の倍数のとき、その数は 9 の倍数だから

$$7+b+5+C = 12+b+C \text{ が } 9 \text{ の倍数となる。}$$

$$C=2 \text{ のとき } 12+b+C = b+14 \text{ だから } b=4 \text{ のみ}$$

$$C=6 \text{ のとき } 12+b+C = b+18 \text{ だから } b=0, 9$$

よって 全部で $\underset{\text{ウ}}{\boxed{3}}$ 個ある

それは、 $(b, C) = (4, 2), (0, 6), (9, 6)$ ときであり

それぞれ 7452, 7056, 7956 となるので

最小となるのは $b = \underset{\text{エ}}{\boxed{0}}, C = \underset{\text{オ}}{\boxed{6}}$ のとき

最大となるのは $b = \underset{\text{カ}}{\boxed{9}}, C = \underset{\text{キ}}{\boxed{6}}$ のときである

$$\text{また } 7b5C = (6 \times n)^2 = 36n^2 \text{ となる } b, C, n \text{ は}$$

$7b5C$ が 4でも9でもわりきれることが必要なので

7452 か 7056 か 7956 のいずれかである

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 7452} \quad 7056 \quad 7956 \\ 4 \overline{) 828} \quad 784 \quad 884 \\ \hline 207 \quad 196 \quad 221 \end{array}$$

$$7042 = 36 \times 207$$

$$7056 = 36 \times 196 = 36 \times 14^2$$

$$7956 = 36 \times 221$$

よって 7056 のみがあてはまり $b = \underset{\text{ク}}{\boxed{0}}, C = \underset{\text{ケ}}{\boxed{6}}, n = \underset{\text{コサ}}{\boxed{14}}$ となる

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 1188} \\
 2 \overline{) 594} \\
 3 \overline{) 297} \\
 3 \overline{) 99} \\
 3 \overline{) 33} \\
 11
 \end{array}$$

$$1188 = 2^2 \times 3^3 \times 11 \quad \text{より}$$

$$\text{正の約数の個数は } 3 \times 4 \times 2 = \boxed{24} \quad \text{シス}$$

$$1188 = 2 \times (2^1 \times 3^3 \times 11) \quad \text{より}$$

$$2^1 \times 3^3 \times 11 \text{ の約数の個数は } 2 \times 4 \times 2 = 16$$

$$\text{よって } 2 \text{ の倍数の約数は } \boxed{16} \text{ 個} \quad \text{セソ}$$

$$1188 = 4 \times (3^3 \times 11) \quad \text{より}$$

$$3^3 \times 11 \text{ の約数の個数は } 4 \times 2 = 8$$

$$\text{よって } 4 \text{ の倍数の約数は } \boxed{8} \text{ 個} \quad \text{タ}$$

1188 は 2^n ($n \geq 3$) を因数にもたないのぞ

2^n ($n \geq 3$) の倍数の約数はない。

また 2 の倍数であり、4 の倍数でないものは $16 - 8 = 8$ (個)

よって 1188 の正の約数の種は

2 を 8 個、 2^2 を 8 個 かけたものとなり

合計 2 を 24 個 かけたものとなるので

2^{24} を因数にもつ。

チツ

よって、これを 2 進法で表すと、0 が 末尾に $\boxed{24}$ 個 並ぶ。

解答記号	正解	配点
ア, イ	2, 6 (解答の順序は問わない)	2 (各 1)
ウ	3	2
エ, オ	0, 6	2
カ, キ	9, 6	2
ク, ケ, コサ	0, 6, 14	3
シス	24	2
セソ	16	2
タ	8	2
チツ	24	3

20点

$$\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{12}{5} \times \sin 60^\circ = \frac{3}{2} \times x \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{12}{5} x \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{18}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4} x + \frac{12}{20} x$$

$$\frac{9\sqrt{3}}{5} = \frac{27}{20} x$$

$$x = \frac{4}{3} \sqrt{3}$$