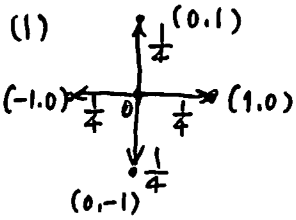
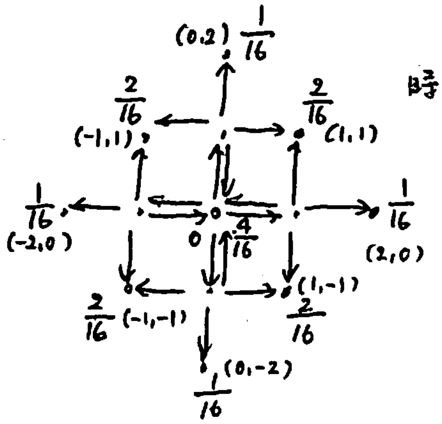
(1) 時刻1



時刻2



時刻2では $(2,0),(0,2),(-2,0),(0,-2)$ にある確率がそれぞれ $\frac{1}{16}$

$(1,1),(-1,1),(-1,-1),(1,-1)$ にある確率がそれぞれ $\frac{2}{16}$

$(0,0)$ にある確率が $\frac{4}{16}$ となって、この合計は1となり

これですべてである。

よって $(0,0),(1,0),(1,1),(2,0)$ にある確率は
それぞれ $\frac{1}{4}$, 0, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ となる

(2) 4回の移動のうち xy 平面上で右へ p 回，上へ q 回，左へ r 回，下へ s 回移動したとすると

$$\begin{cases} p+q+r+s=4 & \text{―①} \\ 1\times p+(-1)\times r=0 & \text{―②} \\ 1\times q+(-1)\times s=0 & \text{―③} \end{cases}$$

がなりたつ。

②より $p=r$，③より $q=s$ であるからこれらを①に代入して

$$p+q+p+q=4 \text{ より}$$
$$2(p+q)=4$$
$$p+q=2 \text{ がなりたつ.}$$

p, q はそれぞれ0以上4以下の整数であるから

$(p,q)=(2,0),(1,1),(0,2)$ が解となるので

$(p,q,r,s)=(2,0,2,0),(1,1,1,1),(0,2,0,2)$ が解となる

(i) $(p,q,r,s)=(2,0,2,0)$ のとき $\rightarrow\rightarrow\leftarrow\leftarrow$ の順列は $\frac{4!}{2!2!}$ だけあるから

このときの確率は $\frac{4!}{2!2!}\times\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{6}{256}$

(ii) $(p,q,r,s)=(1,1,1,1)$ のとき $\rightarrow\uparrow\leftarrow\downarrow$ の順列は $4!$ だから

このときの確率は $4!\times\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{24}{256}$.

(iii) $(p,q,r,s)=(0,2,0,2)$ のとき $\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow$ の順列は $\frac{4!}{2!2!}$ だから

このときの確率は $\frac{4!}{2!2!}\times\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{6}{256}$

(i)(ii)(iii) より，求める確率は $\frac{6}{256}+\frac{24}{256}+\frac{6}{256}=\frac{36}{256}=\boxed{\frac{9}{64}}$ となる

(3) (2)と同様に xy 平面上で右へ p 回，上へ q 回，左へ r 回，下へ s 回移動したとすると

$$\begin{cases} p+q+r+s=n \\ 1\times p+(-1)\times r=x \\ 1\times q+(-1)\times s=y \end{cases}$$ がなりたつ

よって $n-(x+y)=(p+q+r+s)-(p-r)-(q-s)$

$=2(r+s)$ がなりたち

r, s はそれぞれ 0 以上 n 以下の整数であるから

$r+s$ も整数である

よって $2(r+s)$ は 2 の倍数となるので

n と $x+y$ の差は 2 の倍数となる