6回の移動のうち、xy平面上で右へp回，上へq回，左へr回，下へs回移動したとすると
（p, q, r, sはそれぞれ0以上6以下の整数）

(1) $p+q+r+s=6$ —① をみたし

x軸方向への移動量は $1\times p+(-1)\times r$

y軸方向への移動量は $1\times q+(-1)s$ であり．

$y=x$上にあるとき、この2つが等しいから

$$p-r=q-s \text{ より}$$

$$p-q-r+s=0 \text{ —② をみたす}$$

①+②より $2p+2s=6$ から

$p+s=3$ —③

①−②より $2q+2r=6$ から

$q+r=3$ —④ をみたす

③をみたすのは $(p, s)=(0,3), (1,2), (2,1), (3,0)$ の4通り

④をみたすのは $(q, r)=(0,3), (1,2), (2,1), (3,0)$ の4通り である

よって求める(p, s, q, r)の組は $4\times4=16$ より 16通りある

$(p, s, q, r)=(0,3,0,3), (0,3,3,0), (3,0,3,0), (3,0,0,3)$ のとき

それぞれ確率は $\dfrac{6!}{3!3!}\left(\dfrac{1}{4}\right)^6=\dfrac{20}{4^6}$

$(p, q, r, s)=(0,3,1,2), (0,3,2,1), (3,0,1,2), (3,0,2,1),$
$(1,2,0,3), (1,2,3,0), (2,1,0,3), (2,1,3,0)$ のとき

それぞれの確率は $\dfrac{6!}{3!2!}\left(\dfrac{1}{4}\right)^6=\dfrac{60}{4^6}$

$(p, q, r, s)=(1,2,1,2), (1,2,2,1), (2,1,1,2), (2,1,2,1)$ のとき

それぞれの確率は $\dfrac{6!}{2!2!}\left(\dfrac{1}{4}\right)^6=\dfrac{180}{4^6}$

よって、求める確率は $4\times\dfrac{20}{4^6}+8\times\dfrac{60}{4^6}+4\times\dfrac{180}{4^6}$

$$=4^2\times\frac{5}{4^6}+4^2\times\frac{30}{4^6}+4^2\times\frac{45}{4^6}$$

$$=\frac{5+30+45}{4^4}=\frac{80}{256}=\frac{10}{32}=\boxed{\frac{5}{16}}$$

(2) (1)と同様に p, q, r, s をおくと

$$\begin{cases} p+q+r+s=6 & \text{—①} \\ p-r=0 & \text{—②} \\ q-s=0 & \text{—③} \end{cases}$$ をみたす.

①+②+③ より $2p+2q=6$ だから

$p+q=3$ であり, ②③より $p=r$ かつ $q=s$ だから

$(p, q, r, s)=(0, 3, 0, 3), (1, 2, 1, 2), (2, 1, 2, 1), (3, 0, 3, 0)$

の4通りとなる

$(p, q, r, s)=(0, 3, 0, 3), (3, 0, 3, 0)$ のとき

確率はそれぞれ $\dfrac{6!}{3!3!}\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^6=\dfrac{20}{4^6}=\dfrac{5}{4^5}$

$(p, q, r, s)=(1, 2, 1, 2), (2, 1, 2, 1)$ のとき

確率はそれぞれ $\dfrac{6!}{2!2!}\left(\dfrac{1}{4}\right)^6=\dfrac{180}{4^6}=\dfrac{45}{4^5}$

よって求める確率は $2\times\dfrac{5}{4^5}+2\times\dfrac{45}{4^5}$

$$=\frac{2\times 50}{4^5}=\frac{25}{4^4}=\boxed{\frac{25}{256}}$$ となる