

$$(1) f(x) = \frac{\log x}{x} \text{ より}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - (\log x) \cdot 1}{x^2} = \boxed{\frac{1 - \log x}{x^2}}$$

$$(2) f'(x) = 0 \text{ とすると } \log x = 1 \text{ より } x = e.$$

また定義域は真数条件から $x > 0$ だから

増減表は以下のようになる

x	0	...	e	...
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{1}{e}$ 極大 最大	$\searrow$

$$f(e) = \frac{\log e}{e} = \frac{1}{e}$$

よって $0 < x \leq e$ で $f(x)$ は単調増加
 $e \leq x$ で $f(x)$ は単調減少となる

$$(3) A \text{ が } 49 \text{ 回連続して当たる確率は } \left(\frac{1}{50}\right)^{49}$$

$$B \text{ が } 50 \text{ 回連続して当たる確率は } \left(\frac{1}{49}\right)^{50} \text{ である}$$

ここで (1)(2) より 49, 50 は明らかに e より大きいことから

$e < 49 < 50$ より、このとき $f(x)$ は単調減少だから

$$f(49) > f(50) \text{ がなりたつので}$$

$$\frac{\log 49}{49} > \frac{\log 50}{50} \text{ がなりたつので}$$

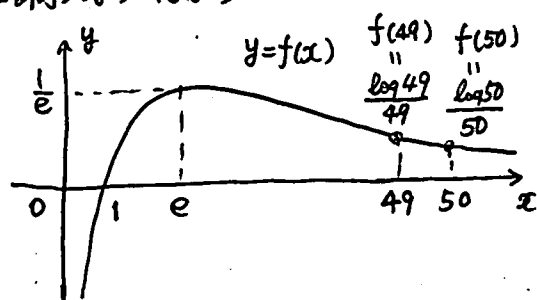
$$50 \log 49 > 49 \log 50 \text{ より}$$

$$-50 \log 49 < -49 \log 50$$

$$50 \log \frac{1}{49} < 49 \log \frac{1}{50}$$

$$\text{よって } \log \left(\frac{1}{49}\right)^{50} < \log \left(\frac{1}{50}\right)^{49} \text{ がなりたつから}$$

$$\left(\frac{1}{49}\right)^{50} < \left(\frac{1}{50}\right)^{49} \text{ がなりたつ。}$$



ゆえに A が 49 回連続して当たる確率の方が大きくなる