

$$f(\theta) = 3\sin^2\theta + 4\sin\theta\cos\theta - \cos^2\theta \quad 2''$$

$$(1) \quad f(0) = 0 + 0 - 1^2 = \boxed{-1}$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 3 \times \frac{3}{4} + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4} = \boxed{2} + \boxed{\sqrt{3}}$$

$$(2) \quad \cos^2\theta = \frac{\boxed{1} + \cos 2\theta}{\boxed{2}}, \quad \sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \quad \leftarrow \text{半角公式より}$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta \quad \text{をつかうと}$$

$$f(\theta) = 3 \times \frac{1 - \cos 2\theta}{2} + 2\sin 2\theta - \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$= \boxed{2}\sin 2\theta - \boxed{2}\cos 2\theta + \boxed{1} \quad \text{--- ①} \quad \text{となる}$$

$$(3) \quad \text{①は} \quad f(\theta) = \boxed{2\sqrt{2}}\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{4}\right) + 1 \quad \text{であり}$$

$$0 \leq \theta \leq \pi \text{ より } -\frac{\pi}{4} \leq 2\theta - \frac{\pi}{4} \leq \frac{7\pi}{4} \text{ となるから} \quad \text{--- ②}$$

$$f(\theta) \text{ は } 2\theta - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ で 最大値をとる}$$

$$\text{その値は } 2\sqrt{2} + 1.$$

$$1.4 < \sqrt{2} < 1.5 \text{ より } 3.8 < 2\sqrt{2} + 1 < 4 \text{ だから}$$

$$\text{最大値をとる最大の整数の値は} \boxed{3}$$

$$\text{このとき } 2\sqrt{2}\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 3 \text{ より}$$

$$\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

よって ②の範囲で考えるので

$$2\theta - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \text{ より}$$

$$2\theta = \frac{\pi}{2}, \pi$$

$$\text{ゆえに } \theta = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$$

解答記号	正 解	配点
アイ	-1	1
ウ + √エ	2 + √3	2
$\frac{\cos 2\theta + \text{オ}}{\text{カ}}$	$\frac{\cos 2\theta + 1}{2}$	2
キ, ク, ケ	2, 2, 1	3
コ, サ, シ	2, 2, 4	3
ス	3	2
$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$	2

$$\log_2(x+2) - 2\log_4(y+3) = -1 \quad \text{--- ②}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 11\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 6 = 0 \quad \text{--- ③}$$

②の真数条件より $x+2 > 0$ かつ $y+3 > 0$ だから

$$x > -2 \text{ かつ } y > -3$$

底の変換公式により $\log_4(y+3) = \frac{\log_2(y+3)}{\log_2 4} = \frac{\log_2(y+3)}{2}$ だから

②は $\log_2(x+2) - 2 \times \frac{\log_2(y+3)}{2} = -1$ より

$$\log_2(x+2) + 1 = \log_2(y+3)$$

$$\log_2(x+2) + \log_2 2 = \log_2(y+3)$$

$$\log_2 2(x+2) = \log_2(y+3)$$

よって $2(x+2) = y+3$ より

$$y = 2x + 1$$

次に $t = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ とおくと ③は

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} - 11\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 6 = 0 \text{ より}$$

$$\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^x\right\}^2 \times \left(\frac{1}{3}\right) - 11 \times \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^x + 6 = 0$$

よって $\frac{1}{3}t^2 - \frac{11}{3}t + 6 = 0$ より

$$t^2 - 11t + 18 = 0 \quad \text{--- ⑤}$$

また $x > -2$ のとき $\left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ より
 $t < 9$

また、明らかに $t > 0$ より

$$0 < t < 9 \quad \text{--- ⑥}$$

⑤より $(t-2)(t-9) = 0$ ⑥から $t = 2$ へ

よって $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 2$ より $x = \log_{\frac{1}{3}} 2 = \frac{\log_3 2}{\log_3 \frac{1}{3}} = \frac{\log_3 2}{-1} = \log_3 2^{-1} = \log_3 \frac{1}{2}$ と

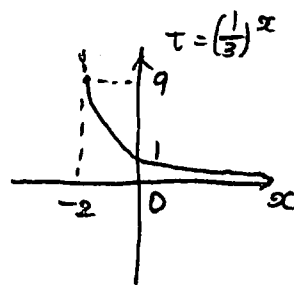
$$y = 2x + 1 \text{ より } y = 2\log_3 \frac{1}{2} + 1$$

$$= \log_3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \log_3 3$$

$$= \log_3 \frac{3}{4} \text{ へ と } y = 3$$

解答記号	正解	配点
タ	2	2
チ	2	2
ツ x + テ	2x + 1	2
t ² - t + t + 2 = 2	t ² - 11t + 18	2
ネ	0	1
ノ	9	1
ハ	2	1
log ₃ $\frac{1}{2}$	log ₃ $\frac{1}{2}$	2
log ₃ $\frac{3}{4}$	log ₃ $\frac{3}{4}$	2

15点



$$f(x) = x^3 + px^2 + qx \text{ より}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2px + q$$

$$(1) \quad x = -1 \text{ で極値をとるので } f(-1) = 2 \text{ かつ } f'(-1) = \boxed{0} \text{ である}$$

$$f(-1) = 2 \text{ より } -1 + p - q = 2$$

$$\text{よって } p = q + 3 \text{ --- ㉞}$$

$$f'(-1) = 0 \text{ より } 3 - 2p + q = 0$$

$$\text{㉞より } 3 - 2(q + 3) + q = 0 \text{ 故から } q = \boxed{-3} \text{ ㉞$$

$$\text{㉞より } p = \boxed{0}$$

$$\text{このとき } f(x) = x^3 - 3x \text{ より}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$$

x	$\dots$	-1	$\dots$	1	$\dots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$

$$\text{よって } f(x) \text{ は } x = \boxed{1} \text{ で}$$

$$\text{極小値 } f(1) = 1 - 3 = \boxed{-2} \text{ をとる}$$

$$(2) \quad y = -kx^2 \quad (k > 0) \text{ において}$$

$$y' = -2kx \text{ より } A(a, -ka^2) \text{ での接線 } l$$

$$y = -2ka(x - a) - ka^2 \text{ より}$$

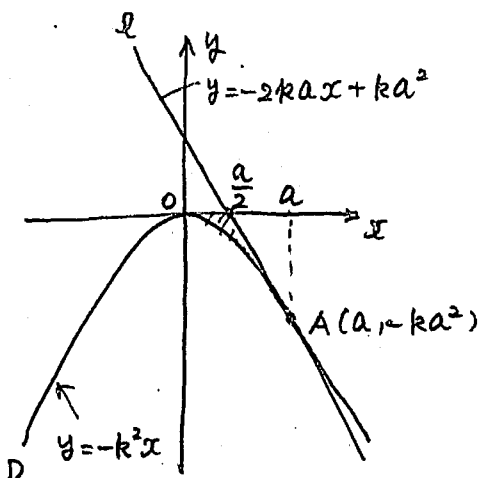
$$y = \boxed{-2}ka^2x + ka^2 \text{ --- ㉟}$$

l と x 軸の交点の x 座標は ㉟に $y = 0$ 代入して

$$0 = -2ka^2x + ka^2 \text{ より}$$

$$2ka^2x = ka^2$$

$$ka \neq 0 \text{ より } x = \frac{ka^2}{2ka} = \boxed{\frac{a}{2}} \text{ ㉟}$$



D と x 軸と $x = a$ で囲まれた図形の面積を S_1 とすると

$$S_1 = \int_0^a \{0 - (-kx^2)\} dx$$

$$= \left[\frac{k}{3}x^3 \right]_0^a = \frac{k}{3}a^3 \text{ ㉟}$$

よって D と l および x 軸で囲まれた図形の面積 S は

$$S = S_1 - \frac{1}{2} \times \left(a - \frac{a}{2}\right) \times (0 - (-ka^2))$$

$$= \frac{k}{3}a^3 - \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times ka^2$$

$$= \frac{k}{3}a^3 - \frac{k}{4}a^3 = \frac{k}{12}a^3 \text{ である}$$

(3) $A(a, -ka^2)$ が $C: y=f(x)$ 上にもあり、(2)の l が C にも接するとき

$$f(a) = -ka^2 \text{ より } a^3 - 3a = -ka^2.$$

$$\text{よって } ka^2 = -a^3 + 3a \text{ であり}$$

$$a \neq 0 \text{ より } k = -\frac{a^2}{a} + \frac{3}{a} \text{ チツ} \quad \text{--- ①}$$

また、 l と C の接点の x 座標を b とすると

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \text{ より } l \text{ の方程式は}$$

$$y = (3b^2 - 3)(x - b) + b^3 - 3b \text{ より}$$

$$y = \frac{3}{1}(b^2 - \frac{1}{1})x - \frac{2}{1}b^3 \quad \text{--- ② とできる}$$

②の右辺を $g(x)$ とおくと

$$f(x) - g(x) = (x^3 - 3x) - \{3(b^2 - 1)x - 2b^3\}$$

$$= x^3 - 3b^2x + 2b^3.$$

$$= (x - \frac{b}{1})^2 (x + \frac{2}{1}b) \quad \leftarrow \begin{pmatrix} \frac{b}{1} & 1 & 0 & -3b^2 & 2b^3 \\ & b & b^2 & -2b^3 \\ \frac{b}{1} & 1 & b & -2b^2 & 0 \\ & b & 2b^2 \\ \hline & 1 & 2b & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{よって } a = b \text{ または } a = -2b \text{ である}$$

or

①と②の接線の傾きを

比較すると

$$a = b \text{ のとき}$$

$$-2ka = 3(a^2 - 1) \text{ ①}$$

$$\text{①より } -2(-a + \frac{3}{a})a = 3a^2 - 3$$

$$2a^2 - 6 = 3a^2 - 3.$$

$$\text{よって } a^2 = -3 \text{ ①不適}$$

$$a = -2b \text{ のとき } -2ka = 3\left\{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 - 1\right\} \text{ ②}$$

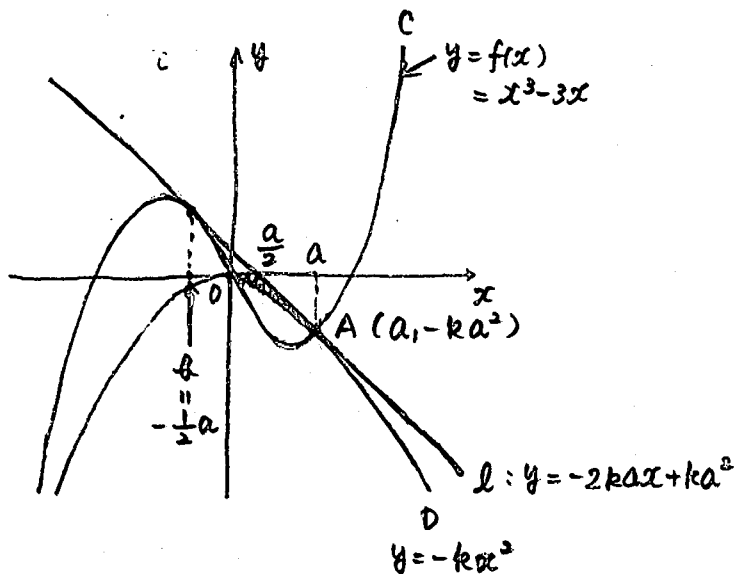
$$\text{②より } -2(-a + \frac{3}{a})a = 3\left(\frac{a^2}{4} - 1\right)$$

$$2a^2 - 6 = \frac{3}{4}a^2 - 3.$$

$$\frac{5}{4}a^2 = 3$$

$$\text{よって } a^2 = \frac{4}{5} \times 3 = \frac{12}{5} \text{ ハ}$$

$$\left(\begin{array}{l} x^3 - 3b^2x + 2b^3 = 0 \text{ の解が} \\ b, b, c \text{ となるから} \\ \text{解と係数の関係より} \\ b + b + c = 0 \text{ から} \\ c = -2b \end{array} \right)$$



このとき (2) の S は

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{k}{12} a^3 \\
 &= \frac{a^3}{12} \left(-a + \frac{3}{a}\right) \quad \text{①より} \\
 &= \frac{1}{12} (-a^4 + 3a^2) \\
 &= \frac{1}{12} a^2 (-a^2 + 3) \\
 &= \frac{1}{12} \times \frac{12}{5} \left(-\frac{12}{5} + 3\right) \\
 &= \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{25} \quad \text{と なる}
 \end{aligned}$$

解答記号	正解	配点
ア	0	1
イ	0	1
ウエ	-3	1
オ	1	2
カキ	-2	1
クケ	-2	2
kaコ	ka ²	1
サ シ	$\frac{a}{2}$	2
$\frac{k}{3}a^3$	$\frac{k}{3}a^3$	2
ソタ	12	2
チ ツ-テ	$\frac{3}{a} - a$	3
ト (b ² -ナ)x	3(b ² -1)x	2
ニb ³	2b ³	1
(x-ヌ) ²	(x-b) ²	1
x+ネb	x+2b	2
ノハ ヒ	$\frac{12}{5}$	3
フ ヘホ	$\frac{3}{25}$	3

30点

(1)(2) 初項 3, 公比 4 の等比数列の初項から第 n 項までの和が S_n であり

$$S_n = \frac{3(4^n - 1)}{4 - 1} = \boxed{4^n - 1}$$

$$3, 3 \times 4, 3 \times 4^2, \dots$$

$$S_2 = 3 + 3 \times 4 = \boxed{15} \quad (= 4^2 - 1)$$

$$\{T_n\}: -1, 2, 17, \dots$$

$$\{S_n\}: 4^1 - 1, 4^2 - 1$$

$$T_2 = -1 + (4^1 - 1) = -1 + 3 = \boxed{2}$$

$$n \geq 2 \text{ のとき } T_n = T_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (4^k - 1)$$

$$= -1 + \frac{4(4^{n-1} - 1)}{4 - 1} - (n-1)$$

$$= -1 + \frac{1}{3}(4^n - 4) - n + 1$$

$$= \boxed{\frac{4^n}{3}} - n - \frac{4}{3} \quad \text{--- ⑦} \quad \left(n=1 \text{ のとき } \frac{4}{3} - 1 - \frac{4}{3} = -1 \text{ となり } T_1 = -1 \text{ となる} \right)$$

$$(3) \quad \begin{cases} n a_{n+1} = 4(n+1) a_n + 8 T_n \\ a_1 = -3 \end{cases} \quad \text{--- ①}$$

$$b_n = \frac{a_n + 2 T_n}{n} \quad \text{--- ②}$$

$$b_1 = \frac{a_1 + 2 T_1}{1} = -3 + 2 \times (-1) = \boxed{-5} \quad \text{である}$$

$$\text{⑦より } T_{n+1} = \frac{4^{n+1}}{3} - (n+1) - \frac{4}{3}$$

$$= 4 \cdot \frac{4^n}{3} - (n+1) - \frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{⑦より } T_n = \frac{4^n}{3} - n - \frac{4}{3} \text{ であり}$$

$$\frac{4^n}{3} = T_n + n + \frac{4}{3} \text{ である}$$

$$T_{n+1} = 4 \left(T_n + n + \frac{4}{3} \right) - (n+1) - \frac{4}{3} \text{ であり}$$

$$T_{n+1} = \boxed{4} T_n + \boxed{3} n + \boxed{3} \quad \text{である} \quad \text{--- ③}$$

$$\therefore \text{②より } n b_n - 2 T_n = a_n \text{ である}$$

$$\text{①は } n \{ (n+1) b_{n+1} - 2 T_{n+1} \} = 4(n+1) (n b_n - 2 T_n) + 8 T_n \text{ であり}$$

$$n(n+1) b_{n+1} - 2n T_{n+1} = 4n(n+1) b_n - 8n T_n$$

$$n \neq 0 \text{ より } (n+1) b_{n+1} = 4(n+1) b_n + 2 T_{n+1} - 8 T_n$$

$$\text{③より } (n+1) b_{n+1} = 4(n+1) b_n + 2(4 T_n + 3n + 3) - 8 T_n$$

$$\therefore (n+1)b_{n+1} = 4(n+1)b_n + 6(n+1) \text{ であり}$$

$$n+1 \neq 0 \text{ より } b_{n+1} = \boxed{4}b_n + \boxed{6} \text{ であるから}$$

$$\left(\begin{array}{l} C=4C+6 \text{ と } C \\ -3C=6 \\ C=-2 \end{array} \right)$$

両辺に2をたして

$$b_{n+1} + 2 = 4(b_n + 2) \text{ より}$$

$$\{b_{n+2}\} \text{ は初項 } b_1 + 2 = -5 + 2 = -3$$

公比 4 の等比数列だから

$$b_{n+2} = -3 \times 4^{n-1} \text{ より}$$

$$b_n = \boxed{-3} \times 4^{\boxed{n-1}} - \boxed{2} \quad \text{--- ㉞}$$

$$\therefore \text{㉞} \text{ を } a_n = nb_n - 2T_n \text{ に代入して}$$

$$a_n = n(-3 \times 4^{n-1} - 2) - 2\left(\frac{4^n}{3} - n - \frac{4}{3}\right)$$

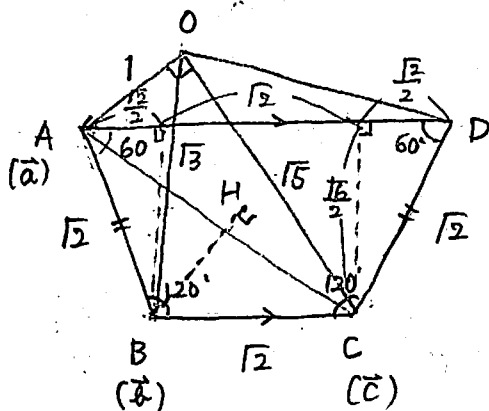
$$= \frac{-9n \times 4^{n-1} - 6n - 2 \times 4^n + 6n + 8}{3}$$

$$= \frac{(-9n - 8) \times 4^{n-1} + 8}{3}$$

$$= \frac{\boxed{-9}n + \boxed{-8} \times 4^{n-1} + \boxed{8}}{\boxed{3}}$$

解答記号	正 解	配点
アイ	15	2
ウ	2	2
エ, オ, カ	4, 1, 1	2
キ, ク, ケ, コ, サ	4, 1, 3, 4, 3	3
シス	-5	1
セ $T_n + \frac{1}{3}n + \frac{4}{3}$	$4T_n + 3n + 3$	3
チ $b_n + 2$	$4b_n + 6$	2
テト, ナ, ニ	-3, 0, 2	2
ヌ, ネ, ノ, ハ, ヒ	-9, 8, 8, 3	3

20点



$$(1) \quad \vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| |\vec{c}| \cos \angle AOC \text{ より}$$

$$0 = 1 \times 5 \cos \angle AOC$$

$$\text{よって } \cos \angle AOC = 0 \text{ から}$$

$$\angle AOC = \boxed{90^\circ}$$

71

$$\triangle OAC \text{ の面積は } \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{c}| = \frac{\boxed{\sqrt{5}}}{2} \text{ ウ}$$

エ

$$(2) \quad \vec{BA} \cdot \vec{BC} = (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{b})$$

$$= \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$$

$$= 0 - 3 - 1 + 3 = \boxed{-1} \text{ オカ}$$

$$|\vec{BA}|^2 = \vec{BA} \cdot \vec{BA} = (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$$

$$= 1 - 2 \times 1 + 3 = 2 \text{ だから}$$

$$|\vec{BA}| = \boxed{\sqrt{2}} \text{ キ}$$

$$|\vec{BC}|^2 = \vec{BC} \cdot \vec{BC} = (\vec{c} - \vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = |\vec{c}|^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{c} + |\vec{b}|^2$$

$$= 5 - 2 \times 3 + 3 = 2 \text{ だから}$$

$$|\vec{BC}| = \boxed{\sqrt{2}} \text{ ケ}$$

$$\text{よって } \vec{BA} \cdot \vec{BC} = |\vec{BA}| |\vec{BC}| \cos \angle ABC \text{ より}$$

$$-1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \cos \angle ABC$$

$$\cos \angle ABC = -\frac{1}{2} \quad \text{よって } \angle ABC = \boxed{120^\circ} \text{ ケコカ}$$

$$\text{さらに } AD \parallel BC \text{ より } \angle BAD = \angle ADC = \boxed{60^\circ} \text{ シス}$$

$$\text{上図より } |\vec{AD}| = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} = 2 |\vec{BC}| \text{ だから}$$

$$\vec{AD} = \boxed{2} \vec{BC} \text{ チ}$$

$$\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{AD} = \vec{OA} + 2\vec{BC}$$

$$= \vec{a} + 2(\vec{c} - \vec{b})$$

$$= \vec{a} - \boxed{2} \vec{b} + \boxed{2} \vec{c} \text{ チ}$$

$$BC \text{ と } AD \text{ の距離は上図より } \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ だから}$$

$$\text{四角形 } ABCD \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + \sqrt{2}) \times \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} \times 3\sqrt{2} = \frac{3 \times 2\sqrt{3}}{4} = \frac{\boxed{3\sqrt{3}}}{2} \text{ チウ と 742}$$

(3) $\vec{OH} = s\vec{a} + t\vec{c}$ とする

$\vec{BH} = \vec{OH} - \vec{OB} = s\vec{a} - \vec{b} + t\vec{c}$ であり

$\vec{BH} \perp \vec{a}$ より $\vec{BH} \cdot \vec{a} = 0$ から $(s\vec{a} - \vec{b} + t\vec{c}) \cdot \vec{a} = 0$ より
 $s|\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} + t\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$

よって $s \times 1^2 - 1 + t \times 0 = 0$ から

$s = 1$

$\vec{BH} \perp \vec{c}$ より $\vec{BH} \cdot \vec{c} = 0$ から $(s\vec{a} - \vec{b} + t\vec{c}) \cdot \vec{c} = 0$ より
 $s\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c} + t|\vec{c}|^2 = 0$

よって $s \times 0 - 3 + t \times 5 = 0$ から

$t = \frac{3}{5}$

よって $\vec{BH} = \vec{a} - \vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}$ より

$|\vec{BH}|^2 = |\vec{a} - \vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}|^2$

$= (\vec{a} - \vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}) \cdot (\vec{a} - \vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c})$

$= |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + \frac{9}{25}|\vec{c}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} - \frac{6}{5}\vec{a} \cdot \vec{c} + \frac{6}{5}\vec{b} \cdot \vec{c}$

$= 1 + 3 + \frac{9}{25} \times 5 - 2 \times 1 - \frac{6}{5} \times 3 + \frac{6}{5} \times 0$

$= 4 + \frac{9}{5} - 2 - \frac{18}{5} = 2 - \frac{9}{5} = \frac{1}{5}$

ゆえに $|\vec{BH}| = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ であり

三角錐 BOAC の体積 V は

$V = \frac{1}{3} \times (\triangle OAC \text{ の面積}) \times |\vec{BH}|$

$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{6}$

(4) 四角錐 OABCD の体積は

四角形 ABCD を底面とみて、高さ h とすると

$\frac{1}{3} \times (\triangle ABC \text{ の面積}) \times h + \frac{1}{3} \times (\triangle ACD \text{ の面積}) \times h$

である。 $(\triangle ABC \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sin 120^\circ$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$(\triangle ACD \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sin 60^\circ$
 $= \sqrt{3}$ より

$\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} h + \frac{1}{3} \times \sqrt{3} h = V + 2V = 3V$ と表す

よって $\frac{1}{3} \times (\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}) h = 3 \times \frac{1}{6}$ より

$\frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} h = \frac{1}{2}$

ゆえに $h = \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ と表す

	正角	底辺
アイ°	90°	1
$\frac{\sqrt{5}}{2}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	1
オカ	-1	1
$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1
$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1
ケコサ°	120°	1
シス°	60°	1
セ	2	1
$\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b} + \sqrt{2}\vec{c}$	$\vec{a} - 2\vec{b} + 2\vec{c}$	1
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	2
ト	0	1
$\frac{2}{3}$	$1, \frac{3}{5}$	2
$\frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	2
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1
フ	3	1
$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2

(1) X の分散 $\sigma^2(X)$ について

$$\sigma^2(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \text{ がなりたつから}$$

$$25 = E(X^2) - (-7)^2 \text{ より}$$

$$E(X^2) = 25 + 49 = \boxed{74}$$

$W = 1000X$ とすると その期待値は $E(W) = 1000 E(X)$

$$= -7 \times 10^{\boxed{3}}$$

$$\text{分散 } V(W) = 1000^2 \sigma^2(X)$$

$$= 5 \times 10^{\boxed{6}} \text{ である}$$

解答記号	正解	配点
アイ	74	2
$-7 \times 10^{\boxed{3}}$	-7×10^3	2
$5^{\boxed{2}} \times 10^{\boxed{6}}$	$5^2 \times 10^6$	2
カ.キ	1.4	2
0.クケ	0.08	2
コ.サ	4.0	2
$\sqrt{\text{シ.ス}}$	$\sqrt{3.7}$	2
セ.ソ	0.6	2
0.タチ	0.90	2
ツ	2	2

20点

(2) (1)の X が正規分布に従うとき、物質Aが減少しない確率

$$P(X \geq 0) = P\left(\frac{X+7}{5} \geq \frac{0+7}{5}\right)$$

$$= P\left(\frac{X+7}{5} \geq \boxed{1.4}\right) \text{ であるので}$$

$$P(Z \geq 1.4) = 0.5 - P(1.4)$$

$$= 0.5 - 0.4192 = 0.0808$$

$$\approx 0.\boxed{08} \text{ となる}$$

無作為に抽出された 50人がこの食品が摂取したときに

物質Aが減少するか、しないかを考えて、

減少しない人数を表す確率変数を M とすると

M は二項分布 $B(50, 0.08)$ に従うので

$$M \text{ の期待値 } E(M) \text{ は } E(M) = 50 \times 0.08 = \boxed{4.0}$$

$$\text{標準偏差 } \sigma(M) \text{ は } \sigma(M) = \sqrt{50 \times 0.08 \times 0.92} = \sqrt{3.68} \approx \sqrt{\boxed{3.7}} \text{ となる}$$

(3) Y の母集団分布の平均 m 、母標準偏差 6 とする。

母集団から 100人を抽出したとき 標本平均 $\bar{Y} = -10.2$ となった。

このとき $\bar{Y}$ について 期待値 $E(\bar{Y}) = m$

$$\text{標準偏差 } \sigma(\bar{Y}) = \frac{6}{\sqrt{100}} = \frac{6}{10} = \boxed{0.6} \text{ である}$$

$$Z = \frac{\bar{Y} - m}{0.6} \text{ は 標準正規分布に従う}$$

$$P(|Z| \leq 1.64) = 2P(1.64) = 2 \times 0.4495 = 0.8990 \approx 0.\boxed{90} \text{ となる}$$

m に対する 信頼度 90% の信頼区間は

$$-1.64 \leq \frac{\bar{Y} - m}{0.6} \leq 1.64 \text{ より}$$

$$-1.64 \times 0.6 \leq \bar{Y} - m \leq 1.64 \times 0.6$$

$$m - 1.64 \times 0.6 \leq \bar{Y} \leq m + 1.64 \times 0.6$$

$$\text{よって } \bar{Y} - 1.64 \times 0.6 \leq m \leq \bar{Y} + 1.64 \times 0.6 \text{ より}$$

$$-10.2 - 0.984 \leq m \leq -10.2 + 0.984$$

$$-11.184 \leq m \leq -9.216$$

ゆえに

$$\boxed{-11.2 \leq m \leq -9.2} \text{ となる}$$

②