

$$f(x) = x^2 - (a+2b)x + 2ab \quad \text{--- ①} \quad \text{において}$$

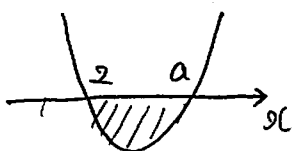
(1) $b=0$ のとき $f(x) < 0$ は

$$x^2 - (a+2)x + 2a < 0 \text{ より}$$

$$(x-a)(x-2) < 0$$

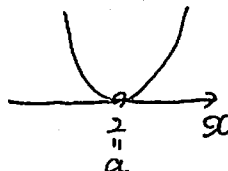
よって

(i) $2 < a$ のとき



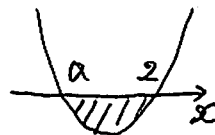
$2 < x < a$ が解

(ii) $a=2$ のとき



解なし

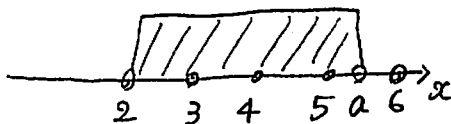
(iii) $a < 2$ のとき



$a < x < 2$ が解

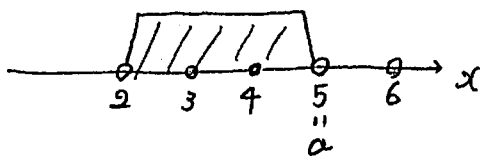
(2) (i) $2 < a$ のとき

$(x-a)(x-2) < 0$ の整数解は $x=3, 4, 5$ のみであればよい



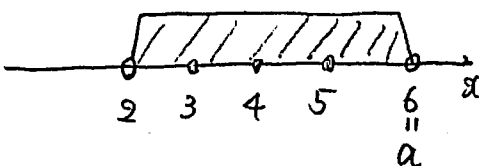
$5 < a < 6$ のとき

整数解は $x=3, 4, 5$ のみである



$a=5$ のとき

整数解は $x=3, 4$ のみで不適



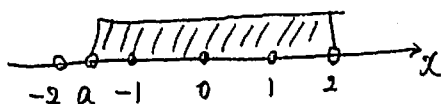
$a=6$ のとき

整数解は $x=3, 4, 5$ のみである

それ以外の a では整数解は $x=3, 4, 5$ のみにならない

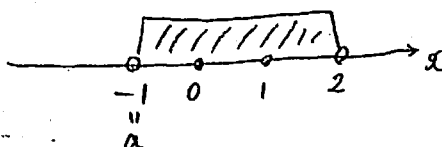
(ii) $a < 2$ のとき

$(x-a)(x-2) < 0$ の整数解は $x=-1, 0, 1$ のみであればよい



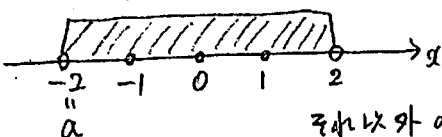
$-2 < a < -1$ のとき

整数解は $x=-1, 0, 1$ のみ



$a=-1$ のとき

整数解は $x=0, 1$ のみで不適



$a=-2$ のとき

整数解は $x=-1, 0, 1$ のみ

それ以外の a では整数解は $x=-1, 0, 1$ のみにならない

以上のことから、求める a の値の範囲は $-2 \leq a < -1$ または $5 < a \leq 6$ である

$$(3) \quad f(1) = 4 \text{ より } 1 - (a + 2b) + 2ab = 4 \text{ から}$$

$$(a - 1)(2b - 1) = 4.$$

ここで a, b は整数より $a - 1, 2b - 1$ も整数だから

$$(a - 1, 2b - 1) = (1, 4), (2, 2), (4, 1), (-1, -4), (-2, -2), (-4, -1)$$

の6組のみである

但し、 $2b - 1$ は奇数より

$$(a - 1, 2b - 1) = (4, 1), (-4, -1) \text{ の2組のみとなる}$$

$$\text{よって } (a, 2b) = (5, 2), (-3, 0) \text{ より}$$

$$\boxed{(a, b) = (5, 1), (-3, 0)} \text{ となる}$$