

追試験

平成28年度

R

数学I・数学A (100点満点)

問題 番号 (配点)	解答記号	正 解	配点	問題 番号 (配点)	解答記号	正 解	配点
第1問 (30)	「ア」ならば「イ」	「4」ならば「0」	2	第3問 (20)	$\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$	$\frac{1}{3}$	2
	「ウ」ならば「エ」	「5」ならば「3」	3		$\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$	$\frac{1}{2}$	4
	オ	1	3		$\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$	$\frac{3}{4}$	4
	カ	0	2		$\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$	$\frac{8}{9}$	5
	キ	4	2		$\frac{\text{ケコ}}{\text{サシ}}$	$\frac{23}{24}$	5
	$\text{ク} + \sqrt{21} - \sqrt{31}$	$1 + \sqrt{21} - \sqrt{31}$	2	第4問 (20)	アイ	37	2
	ケ	3	2		ウエオカ	5291	2
	コ	2	4		キクケ	143	2
	$\frac{\text{サ}}{\text{シ}} \leq a \leq \text{ス}$	$\frac{2}{3} \leq a \leq 2$	3		$x = \text{コサシ } k,$ $y = \text{スセ } k$	$x = -13k,$ $y = 11k$	3
	bセソ	b14	3		ソ	8	2
	a = タ, b = チ	a = 1, b = 3	4		$x = \text{タ}, y = \text{チツ}$	$x = 9, y = 77$	3
第2問 (30)	$\sqrt{\text{ア}}$	$\sqrt{6}$	2	第5問 (20)	$\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$	$\frac{1}{2}$	2
	$\frac{\sqrt{\text{イ}}}{\text{ウ}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	3		$\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$	$\frac{1}{2}$	2
	エ	3	3		オ	1	3
	$\frac{\text{オ}\sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}}$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	3		AB + カ - キ	AB + 2 - 0	2
	$\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$	$\frac{1}{3}$	4		AB + ク - ケ	AB + 3 - 1	2
	コサ	67	2		CD + コ - サ	AB + 1 - 0	2
	シ, ス	1, 4 (解答の順序は問わない)	4		シ	3	2
	セ	2	3		ス	0	2
	ソ	3	3		セ	1	3
	タ	2	3				
(注) 第1問, 第2問は必答, 第3問~第5問のうちから2問選択, 計4問を解答。							

$$(1) \quad \lceil x^2 > 2 \text{ or } x^3 > 0 \rceil \Rightarrow \lceil x > 2 \rceil$$

逆は $\lceil x > 2 \rceil \Rightarrow \lceil x^2 > 2 \text{ or } x^3 > 0 \rceil$ なのて

$\boxed{\text{ア}}$ ④

$\boxed{\text{イ}}$ ①

対偶は $\lceil x \leq 2 \rceil \Rightarrow \lceil x^2 \leq 2 \text{ or } x^3 \leq 0 \rceil$ なのて

$\boxed{\text{ウ}}$ ⑤

$\boxed{\text{エ}}$ ③

(2) 逆は 明らかに真

対偶は $x \leq 2$ ならば $x^2 \leq 4$ なのて 偽

反例として $x = \sqrt{3}$ をとれば $x^2 = 3$ より

$x^2 \leq 2$ をみたさない

よて 命題Aも偽

ゆえに 逆のみが真より $\boxed{\text{オ}}$ は ①

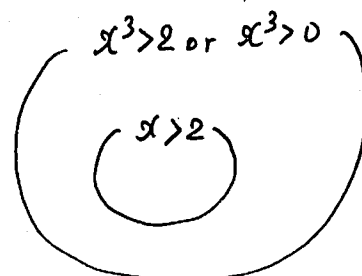
$$(3) \quad \lceil x^2 > 2 \text{ or } x^3 > 0 \rceil \xrightarrow[\text{〇}]{\text{X}} \lceil x > 2 \rceil$$

(1)(2) より $\lceil x > 2 \rceil$ であるためには

$\lceil x^2 > 2 \text{ or } x^3 > 0 \rceil$ であることが

必要

よて $\boxed{\text{カ}}$ は ②



解答記号	正 解	配点
「ア」ならば「イ」	「4」ならば「0」	2
「ウ」ならば「エ」	「5」ならば「3」	3
オ	1	3
カ	0	2

10.5

$\sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25}$ より $4 < \sqrt{21} < 5$ だから $\sqrt{21}$ の整数部分は $\boxed{4}$ *

$\sqrt{21}, \sqrt{23}, \sqrt{31}$ の整数部分は それぞれ 4, 4, 5 より

小数部分 a, b, c は それぞれ

$$a = \sqrt{21} - 4$$

$$b = \sqrt{23} - 4$$

$$c = \sqrt{31} - 5 \quad \text{である}$$

$$\begin{aligned} \text{よって } a - c &= (\sqrt{21} - 4) - (\sqrt{31} - 5) \\ &= \boxed{1} + \sqrt{21} - \sqrt{31} \quad \text{である} \\ &\quad \text{?} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (1 + \sqrt{21} - \sqrt{31})(1 + \sqrt{21} + \sqrt{31})(9 + 2\sqrt{21}) \\ &= \{ (1 + \sqrt{21})^2 - (\sqrt{31})^2 \} (9 + 2\sqrt{21}) \\ &= (1 + 21 + 2\sqrt{21} - 31)(9 + 2\sqrt{21}) \\ &= (2\sqrt{21} - 9)(2\sqrt{21} + 9) \\ &= (2\sqrt{21})^2 - 9^2 \\ &= 4 \times 21 - 81 = 84 - 81 = \boxed{3} \quad \text{?} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a - c)(1 + \sqrt{21} + \sqrt{31})(9 + 2\sqrt{21}) &> 0 \quad \text{である} \\ (1 + \sqrt{21} + \sqrt{31})(9 + 2\sqrt{21}) &> 0 \quad \text{より} \quad \left(\begin{array}{l} 1 + \sqrt{21} + \sqrt{31} \text{ は 正} \\ 9 + 2\sqrt{21} \text{ も 正} \end{array} \right) \\ a - c &> 0 \quad \text{だから} \\ a &> c \quad \text{--- ㉞} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{また } \sqrt{21} < \sqrt{23} \quad \text{より } \sqrt{21} - 4 < \sqrt{23} - 4 \quad \text{だから} \\ a &< b \quad \text{--- ㉟} \end{aligned}$$

㉞ ㉟ より $c < a < b$ が成り立つから

$\boxed{\text{コ}}$ は ㉡

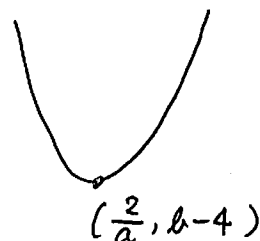
解答記号	正解	配点
キ	4	2
ク + $\sqrt{21} - \sqrt{31}$	$1 + \sqrt{21} - \sqrt{31}$	2
ケ	3	2
コ	2	4

10点

$$y = a^2x^2 - 4ax + b \quad \text{--- ①} \quad (a \neq 0)$$

$$\begin{aligned} y &= a^2\left(x^2 - \frac{4}{a}x\right) + b \\ &= a^2\left\{\left(x - \frac{2}{a}\right)^2 - \frac{4}{a^2}\right\} + b \\ &= a^2\left(x - \frac{2}{a}\right)^2 + b - 4 \end{aligned}$$

よって頂点は $\left(\frac{2}{a}, b-4\right)$ だから

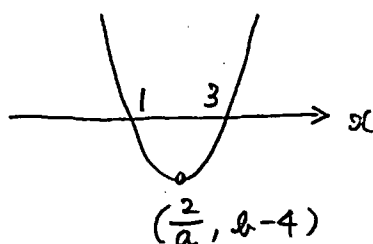


$$1 \leq \frac{2}{a} \leq 3 \quad \text{のとき}$$

逆数をとって $\frac{1}{1} \geq \frac{a}{2} \geq \frac{1}{3}$ より

$$\frac{2}{3} \geq a \geq \frac{2}{3} \quad \text{サシ}$$

また $a^2x^2 - 4ax + b < 0$ --- ② をみたすとき



$$b-4 < 0 \quad \text{より}$$

$$b < 4 \quad \text{セソ}$$

②の解が $1 < x < 3$ のとき

$$a^2(x-1)(x-3) < 0 \quad \text{より}$$

$$a^2(x^2 - 4x + 3) < 0$$

$$a^2x^2 - 4a^2x + 3a^2 < 0$$

よって ② と係数を比較して

$$4a = 4a^2 \quad \text{かつ} \quad b = 3a^2 \quad \text{より}$$

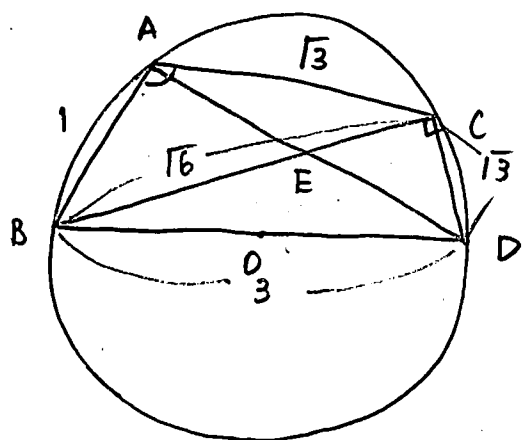
$$4a^2 - 4a = 0 \quad \text{かつ} \quad b = 3a^2$$

$$4a(a-1) = 0 \quad \text{かつ} \quad b = 3a^2$$

$$a \neq 0 \quad \text{より} \quad a = \frac{1}{3} \quad \text{だから} \quad b = \frac{3}{4} \quad \text{と} \quad \frac{3}{4}$$

解答記号	正解	配点
サシ $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$	$\frac{2}{3} \leq a \leq 2$	3
セソ $b < 4$	$b < 4$	3
$a = \frac{1}{3}, b = \frac{3}{4}$	$a = \frac{1}{3}, b = \frac{3}{4}$	4

10点



$\triangle ABC$ で余弦定理より

$$BC^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

$$= 1 + 3 + 2 = 6$$

$$\therefore BC = \sqrt{6}$$

$\triangle ABC$ の面積は

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} \times \sin \angle BAC$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{1 - \cos^2 \angle ABC}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \angle BAC = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad \text{と正弦定理より}$$

$$BD = \frac{BC}{\sin \angle BAC} \quad \text{だから}$$

$$BD = \frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{6}}{3}} = 3$$

$\angle BCD = 90^\circ$ より $\triangle BCD$ で三平方の定理より

$$CD = \sqrt{3^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times BC \times CD = \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

ゆえに $(\triangle ABC \text{ の面積}) : (\triangle BCD \text{ の面積})$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = 1 : 3 \quad \text{であり} \quad \left(\begin{array}{l} \text{底辺を } AC \text{ とみれば} \\ \text{高さの比で求める} \end{array} \right)$$

またこれは $AE : ED$ と等しいから (底辺 BC 共通とみる)

$$\frac{AE}{DE} = \frac{1}{3} \quad \text{となる}$$

解答記号	正解	配点
ア	$\sqrt{6}$	2
イ ウ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	3
エ	3	3
オ カ キ	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	3
ク ケ	$\frac{1}{3}$	4

15点

表1 数学のテストの得点

62	54	44	30	88	24	45	55	68	51	46	86	82	71	63
70	55	61	74	65	74	30	72	74	85	98	66	71	78	96

次の表2は、表1の30人のテストの得点を度数分布表にしたものである。

表2 30人の生徒の得点の度数分布表

階級(点)	度数(人)
20以上 30未満	1
30以上 40未満	2
40以上 50未満	3
50以上 60未満	4
60以上 70未満	6
70以上 80未満	8
80以上 90未満	4
90以上 100未満	2
合 計	30

30人の得点の中央値は **コサ** である。

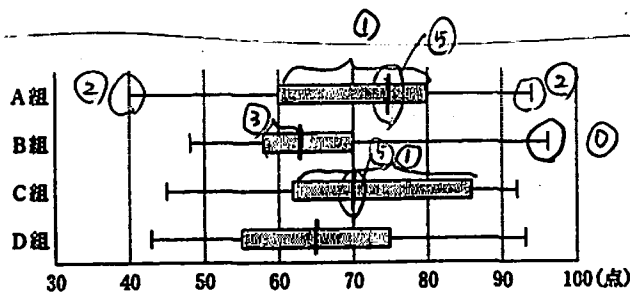


図1 A組からD組の理科のテストの箱ひげ図

- ① A, B, C, Dの4組全体の最高点の生徒がいるのはB組である。 ← 正しい
- ② A, B, C, Dの4組で比べると、四分位範囲が最も大きいのはA組である。 ← Cであるから正しくない
- ③ A, B, C, Dの4組で比べると、範囲が最も大きいのはA組である。 ← 正しい
- ④ A, B, C, Dの4組で比べると、第1四分位数と中央値の差が最も小さいのはB組である。 ← 正しい
- ⑤ A組では、60点未満の人数は80点以上の人数よりも多い。 ← 同数であるから正しくない
- ⑥ A組とC組で70点以下の人数を比べると、C組の人数はA組の人数以上である。 ← 中央値の場所を見て正しい

よって正しくないものは ① と ④
シ ス

中央値は15人目と16人目の
あいだであり

それは60以上70未満の6人の
一番大きいものと次のもので
ある

15人目 66点

16人目 68点より

中央値は 67 点
コサ

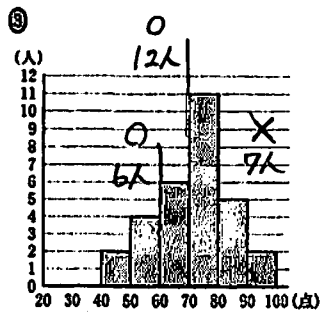
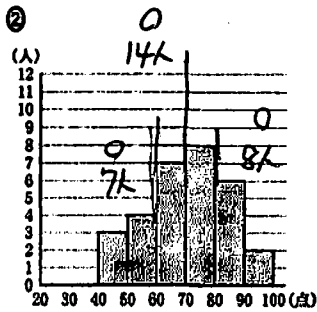
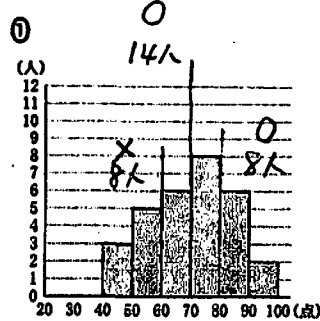
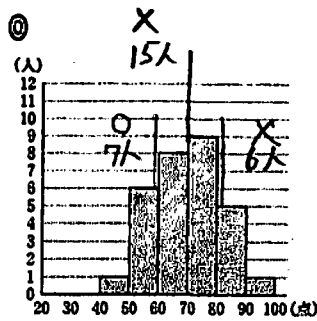


表3 科目Xと科目Yの得点

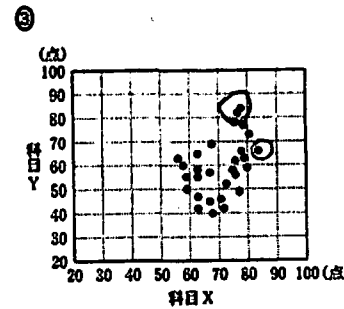
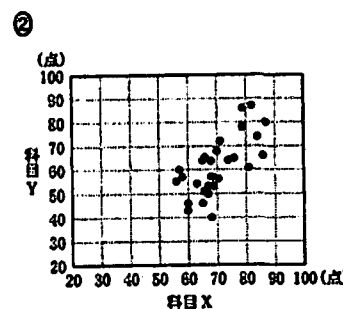
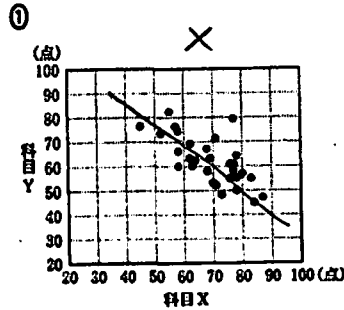
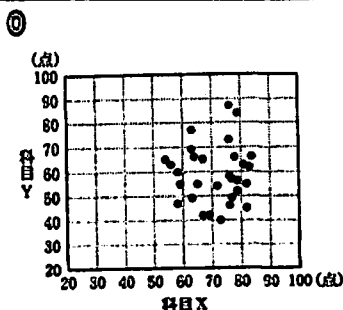
科目X	63	76	58	71	75	56	81	80	84	77	76	63	63	59	63
科目Y	47	78	60	46	58	63	73	59	66	49	62	58	65	50	42

科目X	77	78	68	59	72	68	79	67	79	73	77	67	63	78	76
科目Y	82	66	40	55	42	69	77	57	63	52	49	45	55	84	56

表4

	平均値	標準偏差
科目X	70.9	7.81
科目Y	58.9	11.74

科目Xと科目Yの得点の共分散 36.89



中央値は70点である

まず70未満の人数が

①②③では

15人、14人、14人、12人 とは3から

①は正しくない

(④は中央値が60点台となる)

(15人目は70点以上である必要がある)

第3四分位数が80以上90未満

なので上から8人目は80以上90未満

に入っているわけはいけな

よって①③は正しくない

第1四分位数が60以上70未満なので

下から8人目は60以上70未満に入るから

①は正しくない

よって正しいものは ②

セ

$$\begin{aligned} \text{相関係数 } r &= \frac{36.89}{7.81 \times 11.74} \\ &= \frac{36.89}{91.69} \approx 0.401 \end{aligned}$$

①は正しくない

また (X, Y)

= (77, 82), (78, 84),

(84, 66) が存在するので

③ が正しい

ソ

コサ	67	2
シ、ス	1, 4	4
(解答の順序は問わない)		
セ	2	3
ソ	3	3
タ	2	3

表3の点数をそれぞれ $(x_1, y_1), \dots, (x_{30}, y_{30})$ とすると x, y の平均 $\bar{x}, \bar{y}$ は

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_{30}}{30}, \quad \bar{y} = \frac{y_1 + \dots + y_{30}}{30} \quad \text{である}$$

また 標準偏差 s_x, s_y は

$$s_x = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{30} - \bar{x})^2}{30}}, \quad s_y = \sqrt{\frac{(y_1 - \bar{y})^2 + \dots + (y_{30} - \bar{y})^2}{30}} \quad \text{である}$$

共分散 s_{xy} は
$$s_{xy} = \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_{30} - \bar{x})(y_{30} - \bar{y})}{30} \quad \text{である}$$

ここで $X' = \frac{1}{2}X, Y' = \frac{1}{2}Y$ とすると

x' の平均 $\bar{x}', \bar{y}'$, 標準偏差 $s_{x'}, s_{y'}$, 共分散 $s_{x'y'}$ は

$$\bar{x}' = \frac{\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \dots + \frac{1}{2}x_{30}}{30} = \frac{1}{2} \times \frac{x_1 + \dots + x_{30}}{30} = \frac{1}{2} \bar{x}$$

$$\bar{y}' = \frac{\frac{1}{2}y_1 + \frac{1}{2}y_2 + \dots + \frac{1}{2}y_{30}}{30} = \frac{1}{2} \times \frac{y_1 + \dots + y_{30}}{30} = \frac{1}{2} \bar{y}$$

$$s_{x'} = \sqrt{\frac{(x'_1 - \bar{x}')^2 + \dots + (x'_{30} - \bar{x}')^2}{30}} = \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}\bar{x})^2 + \dots + (\frac{1}{2}x_{30} - \frac{1}{2}\bar{x})^2}{30}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{30} - \bar{x})^2}{30}} = \boxed{\frac{1}{2} s_x}$$

同様に $s_{y'} = \boxed{\frac{1}{2} s_y}$ である

共分散 $s_{x'y'}$ は

$$s_{x'y'} = \frac{(x'_1 - \bar{x}')(y'_1 - \bar{y}') + \dots + (x'_{30} - \bar{x}')(y'_{30} - \bar{y}')}{30}$$

$$= \frac{(\frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}\bar{x})(\frac{1}{2}y_1 - \frac{1}{2}\bar{y}) + \dots + (\frac{1}{2}x_{30} - \frac{1}{2}\bar{x})(\frac{1}{2}y_{30} - \frac{1}{2}\bar{y})}{30}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_{30} - \bar{x})(y_{30} - \bar{y})}{30}$$

$$= \boxed{\frac{1}{4} s_{xy}} \quad \text{となる}$$

よって 標準偏差は $\frac{1}{2}$ 倍, 共分散は $\frac{1}{4}$ 倍 になるので $\boxed{9}$ は $\textcircled{2}$

(定義を覚えておけば上のように書かなくてもすぐに解かる)

(1) 1回だけ 5以上 (A_1) の確率は $\frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$ P_1

(2) 1, 2 回目の目の和が 5以上 (A_2) とすると

$\bar{A}_1 \cap A_2$ であるのは

(1回目, 2回目) の目が (1, 6), (1, 5), (1, 4)

(2, 6), (2, 5), (2, 4), (2, 3)

(3, 6), (3, 5), (3, 4), (3, 3), (3, 2)

(4, 6), (4, 5), (4, 4), (4, 3), (4, 2), (4, 1)

の 18通りだから 確率 $\frac{18}{36} = \boxed{\frac{1}{2}}$ P_2

また $\bar{A}_1$ があつたとき A_2 があつる確率は

$$P_{\bar{A}_1}(A_2) = \frac{P(\bar{A}_1 \cap A_2)}{P(\bar{A}_1)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{6}} = \frac{6}{8} = \boxed{\frac{3}{4}}$$
 P_3

(3) $\bar{A}_2$ (1, 2 回目の目の和 5 以上の否定) があつたとき
 A_3 (1~3 回目の目の和が 5 以上) である確率について

$\bar{A}_2$ があつるのは (1, 1), (1, 2), (1, 3)

(2, 1), (2, 2)

(3, 1)

の 6通り かつ $P(\bar{A}_2) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$\bar{A}_2$ があつり A_3 があつるのは

(1, 1, 3), ..., (1, 1, 6) の 4通りと

(1, 2, 2), ..., (1, 2, 6) の 5通りと

(1, 3, 1), ..., (1, 3, 6) の 6通りと

(2, 1, 2), ..., (2, 1, 6) の 5通りと

(2, 2, 1), ..., (2, 2, 6) の 6通りと

(3, 1, 1), ..., (3, 1, 6) の 6通りより

$$P(\bar{A}_2 \cap A_3) = \frac{4+5+6+5+6+6}{6^3}$$

$$= \frac{32}{216} = \frac{8}{54}$$

$$\text{よって } P_{\bar{A}_2}(A_3) = \frac{P(\bar{A}_2 \cap A_3)}{P(\bar{A}_2)} = \frac{\frac{8}{54}}{\frac{1}{6}} = \frac{\frac{8}{54}}{\frac{9}{54}} = \boxed{\frac{8}{9}}$$
 P_4

(4) $\overline{A_3}$ であるのは 1~3 回目の目の和が 4 以下 なのぞ

$(1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (2,1,1)$ のみだから

$$P(\overline{A_3}) = \frac{4}{6^3}$$

そのうち A_4 (1~4 回目の目の和が 5 以上) となるのは

$(1,1,1,2), \dots, (1,1,1,6)$ の 5 通り

$(1,1,2,1), \dots, (1,1,2,6)$ の 6 通り

$(1,2,1,1), \dots, (1,2,1,6)$ の 6 通り

$(2,1,1,1), \dots, (2,1,1,6)$ の 6 通りより

$$P(\overline{A_3} \cap A_4) = \frac{5+6+6+6}{6^4} = \frac{23}{6^4}$$

$$\text{よって } P_{\overline{A_3}}(A_4) = \frac{P(\overline{A_3} \cap A_4)}{P(\overline{A_3})} = \frac{\frac{23}{6^4}}{\frac{4}{6^3}} = \frac{23 \times 6^3}{6^4 \times 4} = \frac{\overset{\text{ケコ}}{23}}{\underset{\text{サシ}}{24}}$$

となり

解答記号	正 解	配点
ア イ	$\frac{1}{3}$	2
ウ エ	$\frac{1}{2}$	4
オ カ	$\frac{3}{4}$	4
キ ク	$\frac{8}{9}$	5
ケコ サシ	$\frac{23}{24}$	5

20点

A, B の最大公約数を

 $\gcd(A, B)$ とする(1) $a = 407, b = 481$ のとき

$$481 = 407 \times 1 + 74 \quad \text{より } \gcd(a, b) = \gcd(407, 74)$$

$$407 = 74 \times 5 + 37 \quad \text{より } \gcd(407, 74) = \gcd(74, 37)$$

$$74 = 37 \times 2 \quad \text{より } \gcd(74, 37) = 37$$

$$\text{よって } \gcd(a, b) = \boxed{37}$$

アイ

$$\text{このとき } a = 37 \times 11$$

$$b = 37 \times 13 \quad \text{だから}$$

$$a \text{ と } b \text{ の最小公倍数は } 37 \times 11 \times 13 = 407 \times 13$$

$$= \boxed{5291}$$

ウエオカ

また

$$\sqrt{abc} = \sqrt{37^2 \times 11 \times 13 \times C} \quad \text{より, これが正の整数となるとき}$$

$$C = 11 \times 13 \times n^2 \quad (n \text{ は自然数}) \text{ より}$$

$$\text{最小のものは } n=1 \text{ のとき } C = \boxed{143}$$

キクケ

$$(2) \quad ax = -by \quad 1*$$

$$37 \times 11x = -37 \times 13y \quad \text{より}$$

$$11x = -13y$$

11 と 13 は互いに素より

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \boxed{-13}k \\ y = \boxed{11}k \end{array} \right.$$

スセ

(k は整数) である

$$(3) \quad ax + by = 40700 \text{ のとき}$$

$$ax + by = 100a \text{ より}$$

$$37 \times 11x + 37 \times 13y = 100 \times 37 \times 11 \quad \text{だから}$$

$$11x + 13y = 100 \times 11$$

$$11(x - 100) = -13y$$

11 と 13 は互いに素より

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 100 = -13l \\ y = 11l \end{array} \right.$$

(l は整数) となるから

$$\begin{cases} x = 100 - 13l \\ y = 11l \end{cases} \quad \text{となる}$$

$x \geq 0, y \geq 0$ より $100 - 13l \geq 0$ かつ $11l \geq 0$ だから

$$l \leq \frac{100}{13} \quad \text{かつ} \quad l \geq 0$$

よって $l = 0, 1, 2, \dots, 7$ の $\boxed{8}$ 組となる
 $\downarrow$

その中で x が一番小さいものは $l = 7$ のときで

$$x = 100 - 13 \times 7 = \boxed{9} \text{ ト}$$

$$y = 11 \times 7 = \boxed{77} \quad \text{である}$$

また $ax + by = 40700 + 37$ のとき

$$37 \times 11x + 37 \times 13y = 100 \times 37 \times 11 + 37 \text{ より}$$

$$11x + 13y = 100 \times 11 + 1$$

$$11(x - 100) + 13y = 1 \quad \text{--- } \textcircled{*}$$

ここで $c = 11, d = 13$ とおくと

$$d = 13 \quad \text{--- } \textcircled{1}$$

$$c = 11 \quad \text{--- } \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \quad -c + d = 2 \quad \text{--- } \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{3} \times 5 \quad 6c - 5d = 1$$

$$\text{よって} \quad 11 \times 6 + 13 \times (-5) = 1 \quad \text{--- } \textcircled{4} \quad \text{がなりたつから}$$

$$\textcircled{*} - \textcircled{4} \text{ より} \quad 11(x - 100 - 6) + 13(y + 5) = 0 \text{ より}$$

$$11(x - 106) = 13(-y - 5)$$

11と13は互いに素より

$$\begin{cases} x - 106 = 13m \\ -y - 5 = 11m \end{cases}$$

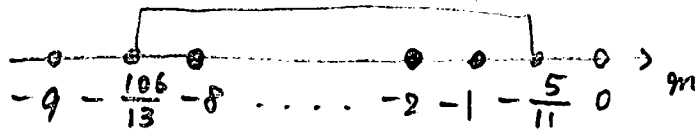
(m は整数) となるから

$$\begin{cases} x = 13m + 106 \\ y = -11m - 5 \end{cases}$$

$x \geq 0$ かつ $y \geq 0$ より

$$13m + 106 \geq 0 \text{ かつ } -11m - 5 \geq 0 \text{ だから}$$

$$m \geq -\frac{106}{13} \text{ かつ } m \leq -\frac{5}{11}$$



よって $m = -8, -7, \dots, -1$ の

8 個
テ

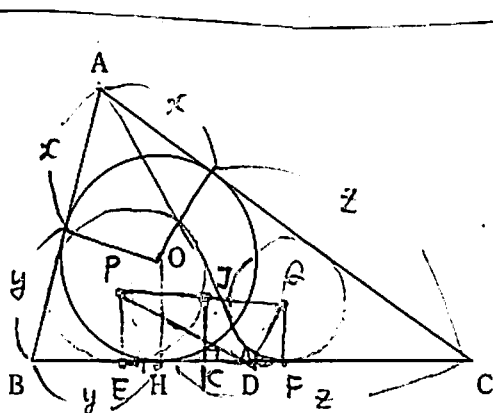
このうち x が最も小さいものは $m = -8$ のとき

$$x = 13 \times (-8) + 106 = \underline{2} \text{ ト}$$

$$y = -11 \times (-8) - 5 = \underline{83} \text{ ナ} \quad \text{とナ}$$

解答記号		正解	配点
第4問 (20)	アイ	37	2
	ウエオカ	5291	2
	キクケ	143	2
	$x = \text{コサシ}k,$ $y = \text{スセ}k$	$x = -13k,$ $y = 11k$	3
	ソ	8	2
	$x = \text{タ}, y = \text{チツ}$	$x = 9, y = 77$	3
	テ	8	3
	$x = \text{ト}, y = \text{ナニ}$	$x = 2, y = 83$	3

20点



$$\angle ADP = \frac{1}{2} \angle ADB$$

$$\angle ADQ = \frac{1}{2} \angle ADC \quad \text{であるから}$$

$$\angle PQD = 90^\circ \text{ となって}$$

PQを直径とする円上に

Dは存在する

よって ☐ オ は ①

また、上図のように x, y, z を定めることができるから

$$\begin{cases} x+y=AB & \text{--- ②} \\ x+z=AC & \text{--- ①} \\ y+z=BC & \text{--- ③} \end{cases} \quad \text{がなりたつ}$$

$$\text{①} + \text{③} \text{ より } x+2y+z=AB+BC \text{ より}$$

$$\begin{aligned} BH = y &= \frac{1}{2} \{ AB+BC-(x+z) \} \\ &= \frac{1}{2} (AB + \boxed{BC} - \boxed{AC}) \quad \text{--- ①} \\ &\quad \text{カは② キは①} \end{aligned}$$

位置関係を同様に考え?

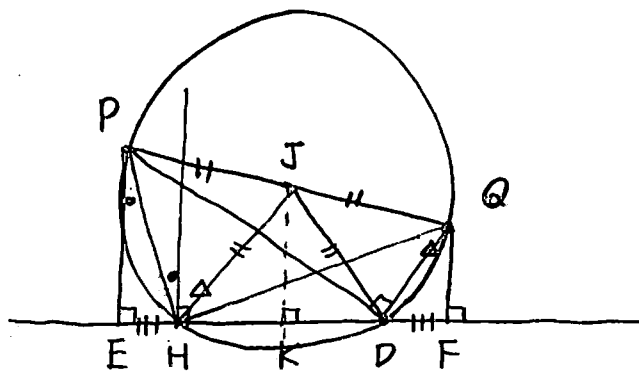
$$BE = \frac{1}{2} (AB + \boxed{BD} - \boxed{AD}) \quad \text{--- ②}$$

クは③ ケは①

$$DF = \frac{1}{2} (\boxed{AD} + CD - \boxed{AC}) \quad \text{--- ③}$$

コは① サは①

$$\begin{aligned} \text{①②から } EH &= BH - BE = \frac{1}{2} (AB+BC-AC) - \frac{1}{2} (AB+BD-AD) \\ &= \frac{1}{2} (\underline{BC} - AC - \underline{BD} + AD) \\ &= \frac{1}{2} (AD + \underline{CD} - AC) = \boxed{DF} \\ &\quad \text{シは③} \end{aligned}$$


$$EH = DF \text{ より}$$

$$HK = \boxed{DK} \quad \text{ಇಲ್ಲಿ}$$

D, H は J を中心とする同一円周上にある

よって $\boxed{c}$ は ①

解答記号

正解

配点

アイ	$\frac{1}{2}$	2
ウエ	$\frac{1}{2}$	2
オ	1	3
AB+カ-キ	AB+2-0	2
AB+ク-ケ	AB+3-1	2
CD+コ-サ	AB+1-0	2
シ	3	2
ス	0	2
セ	1	3