



(1) 右へ p 回, 左へ q 回, 上へ r 回, 下へ s 回移動すると

考えよ (p, q, r, s は 0 以上の整数)

(1) 4 回で $(2, 2)$ へ移動するとき

$$\begin{cases} p+q+r+s=4 & \text{--- ①} \\ p-q & = 2 & \text{--- ②} \\ r-s & = 2 & \text{--- ③} \end{cases} \text{をみたす}$$

②③より $p=q+2, r=s+2$ であり これらを ① に代入すると

$$2q+2+2s+2=4 \text{ より}$$

$$q+s=0$$

$q \geq 0, s \geq 0$ より $(q, s) = (0, 0)$ となる

よって $p=2, r=2$ となるから

$$\begin{aligned} \text{求める確率は} & \frac{4!}{2!2!} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \\ & = \frac{24}{2 \cdot 2} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{36} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{54}} \end{aligned}$$

(2) x 軸上だけをうごくので $r=s=0$

よって $p-q=2$ より $p=q+2$

これらを $p+q+r+s=4$ に代入して

$$2q+2=4 \text{ より } q=1 \text{ よって } p=3$$

$$\text{中に求める確率は} \frac{4!}{3!1!} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \boxed{\frac{4}{81}}$$

(3) 4 回で $(0, 0)$ にくるとき

$$\begin{cases} p+q+r+s=4 & \text{--- ①} \\ p-q & = 0 & \text{--- ②} \\ r-s & = 0 & \text{--- ③} \end{cases} \text{をみたす}$$

②③より $p=q, r=s$ であるから

$$\text{①は } 2p+2r=4 \text{ より}$$

$$p+r=2$$

よって $(p, r) = (0, 2), (1, 1), (2, 0)$ となるので

$(p, q, r, s) = (0, 0, 2, 2), (1, 1, 1, 1), (2, 2, 0, 0)$ となる

42に求める確率は

$$\begin{aligned} & \frac{4!}{2!2!} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 + 4! \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{1}{6}\right) + \frac{4!}{2!2!} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= 6 \times \frac{1}{6^4} + \frac{24}{3^2 \times 6^2} + 6 \times \frac{1}{3^4} \\ &= \frac{1}{6^3} + \frac{4}{3^2 \times 6} + \frac{2}{3^3} \\ &= \frac{1 + 4 \times 4 + 2 \times 2^3}{6^3} = \frac{33}{216} = \boxed{\frac{11}{72}} \end{aligned}$$