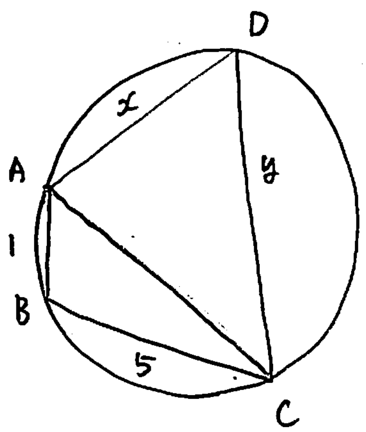

$AD = x$、$CD = y$ とおくと $CD > AD$ より $y > x$ である

$\cos\angle ABC = -\frac{1}{5}$ より $\sin\angle ABC = \sqrt{1-\frac{1}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

円に内接する四角形だから対角の和が180°より

$\sin\angle ABC = \sin\angle CDA = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

よって四角形ABCDの面積は△ABCと△DCAの面積の和となるから

$4\sqrt{6} = \cancel{\frac{1}{2}} \times 1 \times 5 \times \frac{\cancel{2}\sqrt{6}}{5} + \cancel{\frac{1}{2}} \times xy \times \frac{\cancel{2}\sqrt{6}}{5}$ より

$4\sqrt{6} = \frac{5\sqrt{6} + \sqrt{6} \times xy}{5}$

$20 = 5 + xy$. よって $xy = 15$ ―①

また $AC^2 = 1^2 + 5^2 - 2 \times 1 \times 5 \times \cos\angle ABC = x^2 + y^2 - 2xy\cos\angle CDA$ より

$26 - 10 \times (-\frac{1}{5}) = x^2 + y^2 - 2 \times 15 \times \frac{1}{5}$ だから

$26 + 2 = x^2 + y^2 - 6$

$x^2 + y^2 = 34$

よって $(x+y)^2 - 2xy = 34$ より

$(x+y)^2 - 2 \times 15 = 34$

$(x+y)^2 = 64$

$x + y > 0$ より $x + y = 8$ ―②

①②より x、y は $t^2 - 8t + 15 = 0$ の解より

$(t-3)(t-5) = 0$

よって $t = 3, 5$ であり

$x < y$ より $(x, y) = (3, 5)$ となる

ゆえに $\boxed{CD = 5}$ となる